

# PRÁCTICA 1

## NÚMEROS REALES

**Ejercicio 1.-** Representar en la recta real.

- a. Todos los números reales  $x$  tales que  $x(x-1) = 0$
- b. Todos los números reales  $x$  tales que  $x^2 - 16 = 0$
- c.  $\{x \in \mathbb{R} / (x-2)(x+5) = 0\}$
- d.  $\{x \in \mathbb{R} / (5-x)(x^2 - 9) = 0\}$
- e.  $\{x \in \mathbb{R} / (3-x)(x^2 + 15) = 0\}$
- f.  $\{x \in \mathbb{R} / (x-2)(x+1)(x-5) = 0\}$
- g.  $\{x \in \mathbb{R} / (2-3x)^2 = 0\}$
- h.  $\{x \in \mathbb{R} / x^2 + 6x + 9 = 0\}$
- i.  $\{x \in \mathbb{R} / x^3 + 6x^2 + 9x = 0\}$
- j.  $\{x \in \mathbb{R} / x^3 - 4x = 0\}$

**Ejercicio 2.-**

a. Decidir si los números  $a$  y  $b$  pertenecen al conjunto  $C$ .

- i.  $C = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 2 < 4\}$                        $a = 5$                        $b = 0$
- ii.  $C = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 8\}$                        $a = -3$                        $b = 4$
- iii.  $C = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 25 > 0\}$                        $a = 0$                        $b = 5$
- iv.  $C = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - x > 10\}$                        $a = 5$                        $b = -1$
- v.  $C = \left\{x \in \mathbb{R} / 5x - 3 > \frac{1}{2} - x\right\}$                        $a = -2$                        $b = 1$
- vi.  $C = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{2} - x \leq \frac{1-x}{4} - 3\right\}$                        $a = 9$                        $b = 4$

b. Dar dos números que pertenezcan al conjunto  $A$  y dos que no pertenezcan.

- i.  $A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 4\}$
- ii.  $A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 > 5\}$

## PRÁCTICA 1

---

**Ejercicio 3.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

- a. Todos los números reales menores que 2.
- b. Todos los números reales mayores o iguales que  $-1$ .
- c. Todos los números reales mayores que  $-3$  y menores o iguales que 7.
- d.  $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$
- e.  $\{x \in \mathbb{R} / x < 6\}$
- f.  $\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 4\}$
- g.  $\{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ó } x > 5\}$

**Ejercicio 4.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

- a.  $\{x \in \mathbb{R} / 2x - 1 < 0\}$
- b.  $\left\{x \in \mathbb{R} / 5x - 3 > \frac{1}{2} - x\right\}$
- c.  $\{x \in \mathbb{R} / 3x + 2 \leq -x - 5\}$
- d.  $\{x \in \mathbb{R} / 5 - x < -x + 3\}$
- e.  $\{x \in \mathbb{R} / 3x - 2 \leq 3x + 5\}$
- f.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3\right\}$
- g.  $\{x \in \mathbb{R} / 3 < 2x - 1 \leq 7\}$
- h.  $\{x \in \mathbb{R} / -11 \leq 1 - 3x < -2\}$

**Ejercicio 5.-** Juan salió de su casa con \$ 120. Gastó \$ 5 en llegar a la Facultad y \$ 25 en el almuerzo. En la librería hay una oferta de cuadernos a \$ 15. Si debe reservar \$ 5 para regresar, ¿cuántos cuadernos puede comprar?

**Ejercicio 6.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

- a.  $\{x \in \mathbb{R} / x(x-1) > 0\}$
- b.  $\{x \in \mathbb{R} / (x-1)(x+4) < 0\}$
- c.  $\{x \in \mathbb{R} / x^2 \geq x\}$
- d.  $\{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 \leq 0\}$

**Ejercicio 7.-** Escribir como un intervalo o una unión de intervalos y representar en la recta real.

- a.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{2x+4}{x-5} > 0\right\}$
- b.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{3-x}{5x-4} > 0\right\}$

## PRÁCTICA 1

c.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x}{3-2x} < 0\right\}$

d.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{x+5} < 0\right\}$

e.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{11}{x} < 2\right\}$

f.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{15}{x} > 3\right\}$

g.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{25}{x} + 3 > -2\right\}$

h.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x+1}{x} < \frac{2}{x}\right\}$

i.  $\left\{x \in \mathbb{R} / 4 - \frac{8}{x-1} < 0\right\}$

j.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{6x^2}{2x-5} > 3x\right\}$

k.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{-9}{x+2} > 3\right\}$

l.  $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{7x+5}{x-1} \leq 3\right\}$

**Ejercicio 8.-** Representar en la recta real.

- Todos los números reales que están a distancia 3 del 0.
- Todos los números reales cuya distancia al 0 es menor o igual que 5.
- Todos los números reales cuya distancia al 3 es menor o igual que 2.
- $\{x \in \mathbb{R} / |x| = 4\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / |x| < 3\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / |x| = -2\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 5\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / |x| \geq -1\}$
- $\{x \in \mathbb{R} / |x| \leq -4\}$

## VECTORES EN $\mathbb{R}^2$

**Ejercicio 9.-** Dados los vectores.  $\vec{v} = (3,1)$  y  $\vec{w} = (2,-5)$

a. Graficarlos en el plano.

b. Calcular y representar gráficamente

i.  $\vec{v} + \vec{w}$ ,  $-\vec{w}$ ,  $\vec{v} - \vec{w}$

ii.  $3\vec{v}$ ,  $-2\vec{w}$ ,  $3\vec{v} - 2\vec{w}$

iii.  $\frac{1}{2}\vec{w}$ ,  $\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$

iv.  $2\vec{v} + 2\vec{w}$ ,  $2(\vec{v} + \vec{w})$

c. Representar en el plano 5 vectores de la forma  $k\vec{v}$  y 5 vectores de la forma  $k\vec{w}$ , con  $k$  un número real.

d. Representar en el plano los conjuntos  $\{k\vec{v} / k \in \mathbb{R}\}$  y  $\{k\vec{w} / k \in \mathbb{R}\}$ .

## PRÁCTICA 1

---

**Ejercicio 10.-** Hallar, si es posible,  $k \in \mathbb{R}$  tal que

- a.  $(k-1, k+2) = (3, 6)$
- b.  $(-k+2, k+3) = (4, -1)$
- c.  $k(3, -2) + (-6, 2) = (3, -4)$

**Ejercicio 11.-**

a. Dados en  $\mathbb{R}^2$  los vectores  $\vec{v} = (3, -4)$  y  $\vec{w} = (1, 2)$ , calcular:

$$\|\vec{v}\|, \|\vec{w}\|, \|\vec{v} + \vec{w}\|, \|\vec{v}\| + \|\vec{w}\|, \|\vec{v} - \vec{w}\|, \|2\vec{v}\|, \|(-2)\vec{v}\|, 2\|\vec{v}\|, \left\| \frac{1}{\|\vec{v}\|} \vec{v} \right\|$$

b. Graficar en el plano el conjunto  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / \|(x, y)\| = 5\}$

c. Hallar todos los vectores de la forma  $\vec{v} = (4, k)$  tales que  $\|\vec{v}\| = 5$ .

d. Hallar todos los vectores de la forma  $\vec{v} = k(-2, 1)$  tales que  $\|\vec{v}\| = 1$ .

**Ejercicio 12.-**

a. Hallar la distancia entre  $A$  y  $B$

i.  $A = (3, 2)$  y  $B = (7, 5)$

ii.  $A = (-1, 0)$  y  $B = (3, -2)$

iii.  $A = (0, -2)$  y  $B = (7, 5)$

b. Hallar el perímetro del triángulo de vértices  $A = (1, -3)$ ,  $B = (-2, -3)$  y

$C = (-2, 1)$

c. Dar cinco puntos del plano que estén a distancia 2 del punto  $A = (1, -1)$ .

d. Hallar todos los puntos del eje  $x$  que están a distancia 5 del punto  $A = (1, -3)$ .

Graficar

e. Decidir si existe algún punto del eje  $x$  que esté a distancia 2 del punto  $A = (1, 5)$ .

f. Hallar todos los puntos  $A$  de la forma  $A = (a, -2)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , que están a distancia 5 del punto  $B = (0, 1)$ .

g. Hallar todos los puntos  $P = (a, 3a)$  que están a distancia 3 del punto  $Q = (1, 0)$ .

## PRÁCTICA 1

---

**h.** Hallar todos los puntos del plano que equidistan de  $A = (0,0)$  y  $B = (4,0)$ .

Graficar.

**i.** Hallar todos los puntos de la forma  $A = (a, 2a - 1)$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , que están a distancia 5 del punto  $B = (3,3)$ .

### Ejercicio 13.-

**a.** Dados  $\vec{v} = (1,2)$ ,  $\vec{w} = (-1,5)$  y  $\vec{z} = (3,1)$  calcular:

$$\vec{v} \cdot \vec{w}, \vec{v} \cdot \vec{z}, \vec{v} \cdot (\vec{w} + \vec{z}), \vec{v} \cdot (2\vec{w}), (5\vec{v}) \cdot \vec{z}, \vec{v} \cdot (2\vec{w} - 3\vec{z})$$

**b.** En cada caso, graficar los vectores, calcular el producto escalar indicado y determinar si los vectores son ortogonales

**i.**  $(1, -1) \cdot (2, 4)$

**ii.**  $(1, 2) \cdot (1, 2)$

**iii.**  $(1, 3) \cdot (-6, 2)$

**iv.**  $(-1, 0) \cdot (0, 1)$

**c.** Hallar tres vectores que sean ortogonales a  $(5, -3)$  y que tengan diferentes longitudes. Graficar en el plano

## EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Hallar todos los  $x < 0$  que pertenecen al conjunto  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{4}{x} + 11 < 1 \right\}$ .

**Ejercicio 2.-** Dados los puntos  $A = (-2,1)$ ;  $B = (a,1)$ ;  $C = (1,-1)$  y  $D = (-3,2)$ , hallar los valores de  $a$  para que la distancia entre  $C$  y  $D$  sea igual a la distancia entre  $A$  y  $B$ .

**Ejercicio 3.-** Sean  $\vec{v} = (k, -1)$  y  $\vec{w} = (4, -k)$ . Hallar todos los  $k \in \mathbb{R}$  para los cuales  $\|\vec{v} - \vec{w}\| = 3$ .

**Ejercicio 4.-** Hallar todos los puntos del eje  $y$  que están a distancia 5 del punto  $A = (4, -2)$ .