DERIVADAS

Ejercicio 1.- Hallar, utilizando la definición, la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto P. Dar la ecuación de la recta y graficar la curva y la recta.

a. $f(x) = x^2 - 2$; $P = (3,7)$

b. $f(x) = x^2 - 2$; $P = (-2,2)$

c. $f(x) = \dfrac{2}{x}$; $P = (2,1)$

d. $f(x) = \dfrac{2}{x}$; $P = (-1,-2)$

Ejercicio 2.- Hallar la derivada de la función f usando las reglas de derivación.

a. $f(x) = x^{3/2}$

b. $f(x) = 3x^5$

c. $f(x) = -\dfrac{4}{x}$

d. $f(x) = 2x^3 - 4x + 3$

e. $f(x) = 3x + \cos(x)$

f. $f(x) = \dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^2}}$

g. $f(x) = 5x^2 + \ln(x)$

h. $f(x) = x\,\mathrm{sen}(x)$

i. $f(x) = e^x \cos(x)$

j. $f(x) = (2x+3)e^x$

k. $f(x) = \left(x^4 - 3x^3\right)\ln(x)$

l. $f(x) = \left(x^3 - 3x^2\right)\left(e^x + 5\right)$

m. $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1}$

n. $f(x) = \dfrac{3x^2 + x}{x^4 + 3}$

o. $f(x) = \dfrac{\mathrm{sen}(x)}{\cos(x)}$

p. $f(x) = \dfrac{3x^4 + 1}{\cos(x)}$

q. $f(x) = \dfrac{\mathrm{sen}(x)}{x^2 + 5}$

r. $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x}$

Ejercicio 3.- Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa x_0.

a. $f(x) = \dfrac{1}{2}x^3$; $x_0 = 2$

b. $f(x) = -2x^2 + 13x - 15$; $x_0 = 3$

c. $f(x) = e^{-x}\cos(x)$; $x_0 = 0$

d. $f(x) = \dfrac{2}{x} - \sqrt{x}$; $x_0 = 4$

Ejercicio 4.- Hallar la derivada de la función f.

a. $f(x) = (2x+3)^4$

b. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x}$

c. $f(x) = \left(1 + \dfrac{2}{x}\right)^{10}$

d. $f(x) = \operatorname{sen}(3x)$

e. $f(x) = \cos^2(x)$

f. $f(x) = \ln\left(3x^2 + 1\right)$

g. $f(x) = \sqrt{5x + \operatorname{sen}(x)}$

h. $f(x) = \sqrt{(2x-3)^7}$

i. $f(x) = e^{x^2+x}$

j. $f(x) = \cos(\operatorname{sen}(x))$

k. $f(x) = e^{x\operatorname{sen}(x)}$

l. $f(x) = \ln\left(e^{-x^2} + x\right)$

m. $f(x) = \ln\left(\dfrac{3x+1}{2x}\right)$

n. $f(x) = \left(\dfrac{x+1}{3x}\right)e^{-2x}$

o. $f(x) = \ln^2\left(5x^2 + 1\right)$

p. $f(x) = \operatorname{sen}^2\left(x^3 + x\right)$

q. $f(x) = e^{x^2} \ln\left(\dfrac{3}{x}\right)$

r. $f(x) = e^{1/x} - 7x$

Ejercicio 5.- Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa x_0.

a. $f(x) = \sqrt{2x-3}$; $x_0 = 6$

b. $f(x) = 3\operatorname{sen}(2x)$; $x_0 = 0$

c. $f(x) = \ln\left(x^4 + 2x + 2\right)$; $x_0 = 1$

d. $f(x) = \dfrac{e^{3x}}{2x-1}$; $x_0 = 0$

Ejercicio 6.-

a. Hallar los puntos en los que la pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \ln\left(9x^2 - 4\right)$ es igual a 2.

b. Sea $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$. Hallar el punto *P* del gráfico de f en el que $y = -x + 2$ es la ecuación de la recta tangente.

c. Hallar todos los puntos del gráfico de $f(x) = \dfrac{x^2 + 12x + 2}{x+1}$ para los cuales la recta tangente es paralela a la recta $y = 2x - 3$. Escribir las ecuaciones de las rectas en dichos puntos.

Ejercicio 7.- Sea $f(x)=4+ae^{x^2-3bx}$. Determinar los valores de *a* y *b* para que $y=-3x+6$ sea la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en $x_0=0$.

Ejercicio 8.- Sea $f(x)=\ln\left(x^2-6x+k\right)$. Hallar $k\in\mathbb{R}$ de modo que la pendiente de la recta tangente al gráfico de f en $x_0=4$ sea igual a 2.

Ejercicio 9.- Sea $f(x)=\dfrac{x}{5x^2+a}$. Hallar $a\in\mathbb{R}$ para que la recta tangente al gráfico de f en $x_0=-1$ sea horizontal.

Ejercicio 10.- Calcular f', f'' y f'''.

a. $f(x)=\cos(3x)$

b. $f(x)=\dfrac{3}{x}+2x$

c. $f(x)=xe^{2x}$

d. $f(x)=\sqrt{3x+2}$

Ejercicio 11.-

a. El desplazamiento (en metros) experimentado por un móvil al cabo de t segundos es $x(t)=6t^2$. Hallar la velocidad instantánea en $t=2$ segundos.

b. Un móvil se desplaza en línea recta. La posición *x* en el instante $t\geq 0$ es $x(t)=\dfrac{1}{6}t^3-8t$. Determinar la aceleración $a(t)=x''(t)$ en el instante en el cual la velocidad $v(t)=x'(t)$ se anula.

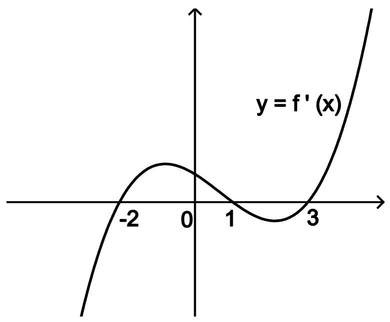
Ejercicio 12.- Dos móviles *A* y *B* se desplazan según las ecuaciones

$$A:\ s(t)=3t^4-2t+7 \quad ; \quad B: e(t)=t^2+at+b$$

a. Calcular *a* y *b* para que en el instante $t=1$, *A* y *B* se encuentren en el mismo lugar y lleven además la misma velocidad.

b. Hallar la posición, la velocidad y la aceleración de cada móvil en el instante $t=1$.

Ejercicio 13.- Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función derivable tal que el gráfico de la función derivada f' es



a. Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b. Ubicar los máximos y los mínimos locales de f.

Ejercicio 14.- Estudiar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los máximos y los mínimos relativos y hacer un gráfico aproximado de f.

a. $f(x)=x^2-2x$

b. $f(x)=-x^2+8x-15$

c. $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+7$

d. $f(x)=2x^3-9x^2+12x-5$

e. $f(x)=3x^5-5x^3+1$

f. $f(x)=(x-10)^3x^2$

Ejercicio 15.- Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las asíntotas verticales y horizontales. Hacer un gráfico aproximado de f.

a. $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$

b. $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

c. $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$

d. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3}$

e. $f(x)=\dfrac{(x+4)^2}{3-2x}$

f. $f(x)=\dfrac{x^3}{x-1}$

g. $f(x)=\dfrac{-3x}{x^2+4}$

h. $f(x)=2(x^2+3)^{-1}$

i. $f(x)=\dfrac{x-5}{x^2-16}$

j. $f(x)=\dfrac{x^2-x-6}{x^2-x}$

k. $f(x)=\dfrac{8-3x}{x^2-2x}$

l. $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$

Ejercicio 16.- Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los máximos y los mínimos de f.

a. $f(x) = xe^{x/2}$

b. $f(x) = x^4 e^{-x}$

c. $f(x) = x^3 e^{3x}$

d. $f(x) = x\ln^2(x)$

e. $f(x) = \ln(2-x)$

f. $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$

g. $f(x) = e^{-x^3+12x}$

h. $f(x) = x\ln(x)$

Ejercicio 17.- Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, y los máximos y los mínimos relativos de f en el intervalo indicado. Hacer un gráfico aproximado.

a. $f(x) = 2 + \operatorname{sen}^2(x)$ en $[0, 2\pi]$

b. $f(x) = \operatorname{sen}(x) + \cos^2(x)$ en $[-\pi, \pi]$

c. $f(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$ en $\left(-\pi/2, \pi/2\right)$

d. $f(x) = \dfrac{1}{\operatorname{sen}(x)}$ en $(0,\pi) \cup (\pi, 2\pi)$

Ejercicio 18.- Sea $f : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \dfrac{(5x-k)^2}{x}$ donde *k* es una constante.

a. Hallar los valores de *k* para los cuales *f* tiene un punto crítico en $x = 1$.

b. Para cada valor de k hallado en **a)** determinar todos los extremos locales de *f*.

Ejercicio 19.- Sea $f(x) = e^{x^3 - kx}$. Determinar $k \in \mathbb{R}$ para que *f* tenga un extremo relativo en $x = 2$. Para el valor de *k* hallado determinar los máximos y los mínimos locales de f.

Ejercicio 20.- Las funciones $C_1(t) = te^{-t}$ y $C_2(t) = t^2 e^{-t}$ expresan la concentración en sangre de cada una de dos drogas *t* horas después de administradas.

a. ¿Cuál de las dos drogas alcanza mayor concentración?

b. ¿Cuál alcanza la concentración máxima en el menor tiempo?

Ejercicio 21.- Hallar las dimensiones que debe tener un rectángulo de área 64 para que

- **a.** su perímetro sea mínimo;
- **b.** su diagonal sea la menor.

Ejercicio 22.- Descomponer el número 16 en dos sumandos positivos tales que su producto sea máximo.

Ejercicio 23.- Hallar el menor valor que se puede obtener al sumar un número con 25 veces su inverso. ¿Para qué números se alcanza dicho valor mínimo?

Ejercicio 24.- Hallar el punto del gráfico de $f(x) = 3x + 5$ que está a menor distancia de $P = (4,7)$.

Ejercicio 25.- Hallar dos números tales que su suma sea igual a 12 y la suma de sus cuadrados sea mínima.

Ejercicio 26.- La concentración de un fármaco en la sangre t horas después de ser inyectado viene dada por $C(t) = \dfrac{3t+2}{4t^2+1}$. Hallar cuándo la concentración aumenta, cuándo disminuye y cuándo es máxima.

Ejercicio 27.- Hallar el punto del gráfico de $f(x) = \sqrt{8x}$ que está a menor distancia de $P = (6,0)$. Calcular dicha distancia.

Ejercicio 28.- Un terreno rectangular se va a cercar y dividir en tres porciones iguales mediante dos cercas paralelas a dos de los lados del terreno. Si el alambre total que va a usarse es de 8000 metros, encontrar las dimensiones del terreno que tendrá mayor área.

Ejercicio 29.- Un constructor debe hacer una ventana rectangular. Para el marco dispone de 6,40 metros de varilla metálica. Hallar las dimensiones de la ventana de modo que el área de abertura sea máxima.

Ejercicio 30.- En pacientes con cierta enfermedad, se sabe que la temperatura (en °C) t horas después de haberles suministrado cierta droga se rige según la ley

$T(t) = 37 + \frac{1}{4} e^{\frac{-(t-3)^2}{2}}$. ¿En qué instante se alcanza la temperatura máxima? ¿Cuál es ésta?

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x) = \frac{9}{x^2} - \frac{3}{x}$ en el punto de abscisa $x = 3$.

Ejercicio 2.- Sea $f(x) = 3\ln(ax-1) - 2$. Hallar el valor de a para que la pendiente de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x = 1$ sea 6. Dar la ecuación de la recta tangente.

Ejercicio 3.- Sea $f(x) = x^3 - 6x^2 - 10x + 1$. Hallar el punto del gráfico de f en el que la recta tangente tiene ecuación $y = 5x + 9$.

Ejercicio 4.- Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de

$f(x) = 3 + \frac{\ln(x-4)}{-x^2 + 10x - 24}$ en el punto $(5, f(5))$.

Ejercicio 5.- Hallar todos los puntos del gráfico de $f(x) = x^3 - 12x^2 - 17x + 1$ en los que la pendiente de la recta tangente es 10.

Ejercicio 6.- Sea $f(x) = \ln(x^2 + 81)$. Hallar el punto del gráfico de f en el que la pendiente de la recta tangente es $\frac{1}{9}$.

Ejercicio 7.- Sea $f(x)=\frac{8}{x}$. Hallar el punto del gráfico de f en el que la recta tangente tiene ecuación $y=-\frac{1}{2}x-4$.

Ejercicio 8.- Sea $f(x)$ tal que $y=5x-4$ es la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en $(1,f(1))$. Si $g(x)=(x^3-6x)f(x)$, calcular $g'(1)$.

Ejercicio 9.- Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las asíntotas verticales y horizontales. Hacer un gráfico.

a. $f(x)=x^5(x-7)$

b. $f(x)=2x+7+\frac{9}{2x-1}$

c. $f(x)=\frac{x^2}{x^2-4}$

d. $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x+9}}$

e. $f(x)=e^{x^3-3x^2}$

f. $f(x)=2x-6\ln(x)$

g. $f(x)=3x^2e^{x/3}$

h. $f(x)=1+\frac{12}{x^2-4x}$

Ejercicio 10.- Sea $f(x)=x-\frac{k}{x}$. Determinar k de modo que f tenga un máximo local para $x=-1$. Para el valor de k hallado, determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, todos los extremos locales y hacer un gráfico aproximado.

Ejercicio 11.- Sea $f(x)=\frac{16}{x^2(x-4)}$. Dar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las ecuaciones de las asíntotas verticales de f. Graficar.