INTEGRALES

Ejercicio 1.-

a. Hallar una función g tal que

i. $g'(x) = x$ **ii.** $g'(x) = 3$

iii. $g'(x) = \operatorname{sen}(x)$ **iv.** $g'(x) = \cos(x)$

v. $g'(x) = e^x$ **vi.** $g'(x) = x^3$

vii. $g'(x) = x^5 + 2x$ **viii.** $g'(x) = 3 + e^x$

b. Hallar una primitiva de f.

i. $f(x) = 2\operatorname{sen}(x)$ **ii.** $f(x) = x^3 + \dfrac{1}{x}$

iii. $f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$ **iv.** $f(x) = -4e^x$

Ejercicio 2.- Hallar la función g tal que

a. $g'(x) = 8x$ y $g(0) = 4$

b. $g'(x) = -x^3$ y $g(1) = 5$

c. $g'(x) = -2\cos(x)$ y $g(\frac{\pi}{2}) = 3$

Ejercicio 3.- Calcular las integrales.

a. $\int x^2 dx$ **b.** $\int x^{123} dx$

c. $\int (2 + \sqrt{x}) dx$ **d.** $\int (6x^2 + \operatorname{sen}(x)) dx$

e. $\int (x^3 + 2) dx$ **f.** $\int x^2 (1 + \sqrt{x}) dx$

g. $\int (e^x + \frac{1}{x^4}) dx$ **h.** $\int (3\cos(x) - 2\operatorname{sen}(x)) dx$

Ejercicio 4.- Calcular aplicando el método de sustitución.

a. $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$ **b.** $\int 4\operatorname{sen}(4x) dx$

c. $\int \cos(4x) dx$ **d.** $\int \frac{1}{x + 3} dx$

e. $\int x\sqrt{x^2 + 3}\, dx$ **f.** $\int \frac{dx}{(3x + 1)^2}$

g. $\int \frac{\ln(x)}{x}dx$

h. $\int \frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}^5(x)}dx$

i. $\int e^{-6x}dx$

j. $\int \frac{\ln^3(x)}{x}dx$

k. $\int x^2\cos(x^3)dx$

l. $\int \frac{\cos(\ln(x))}{x}dx$

m. $\int \frac{\ln(-2x+3)}{-4x+6}dx$

n. $\int \frac{4x^3+6x^2}{3x^4+6x^3-9}dx$

o. $\int x\sqrt{x+2}dx$

p. $\int x(3x+1)^5dx$

q. $\int xe^{x^2+5}dx$

r. $\int e^{\cos(x)}\operatorname{sen}(x)dx$

Ejercicio 5.- Calcular aplicando el método de integración por partes.

a. $\int x\cos(x)dx$

b. $\int xe^xdx$

c. $\int x\sqrt{x+2}dx$

d. $\int x^9\ln(x)dx$

e. $\int x^3\ln\left(\frac{1}{x}\right)dx$

f. $\int x^2e^{-x}dx$

g. $\int x^2\operatorname{sen}(x)dx$

h. $\int (x^2+x)(x-2)^{-3}dx$

Ejercicio 6.- Calcular.

a. $\int x^{3/2}(x-3)^2dx$

b. $\int \frac{\operatorname{sen}(\ln(x))}{x}dx$

c. $\int \left(x^3+5x^2+(5x-1)^3\right)dx$

d. $\int \ln(\operatorname{sen}(x))\frac{\cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}dx$

e. $\int \left(\frac{\cos(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}}+1\right)dx$

f. $\int \left(x^2\cos(6x-2)+e^{2x}\right)dx$

Ejercicio 7.- Hallar la función g tal que

a. $g'(x)=\frac{4x^3-6x+2}{x^4-3x^2+2x+1}$ y $g(1)=5$

b. $g'(x)=x\sqrt{3x^2+9}$ y $g(3)=20$

c. $g'(x)=xe^x$ y $g(0)=4$

d. $g'(x)=\ln(\sqrt{x+2})$ y $g(-1)=3$

Ejercicio 8.- La aceleración de un móvil en el instante t está dada por $a(t)=t(t-6)\,\mathrm{km}/\mathrm{h}^2$. El móvil parte, en el instante inicial $t=0$, a una velocidad de $40\,\mathrm{km}/\mathrm{h}$. ¿Cuál es la velocidad $v(t)$ para $0\le t\le 6$? (Recordar que la aceleración a es la derivada de la velocidad instantánea v, esto es $a(t)=v'(t)$.)

Ejercicio 9.- Un cohete está en reposo en el instante $t=0$. Mediante mediciones en el interior del cohete se comprueba que experimenta una aceleración $a(t)=t^{1/2}+2$, para todo $t\ge 0$, donde el tiempo se mide en segundos y la aceleración en $\mathrm{m}/\mathrm{seg}^2$. ¿Qué velocidad tiene en el instante $t=36$? ¿A qué distancia del punto de partida está en ese instante?

Ejercicio 10.- Usando la regla de Barrow, calcular las siguientes integrales definidas.

a. $\displaystyle\int_{-1}^{2} 4x\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_{1}^{4} \sqrt{x}\,dx$

c. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/2} \cos(t)\,dt$ **d.** $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \cos(t)\,dt$

e. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \operatorname{sen}(u)\,du$ **f.** $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{-x+1}\,dx$

Ejercicio 11.- Usando la regla de Barrow, calcular las siguientes integrales definidas.

a. $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{x}(x+1)^2\,dx$ **b.** $\displaystyle\int_{0}^{e-1} \frac{dt}{t+1}$

c. $\displaystyle\int_{0}^{3} (x^2+2)\sqrt{x+1}\,dx$ **d.** $\displaystyle\int_{\pi/2}^{\pi} (1-\cos(2x))^3\operatorname{sen}(2x)\,dx$

e. $\displaystyle\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos(u)}{\operatorname{sen}^2(u)}\,du$ **f.** $\displaystyle\int_{0}^{1} (e^{2x}-e^{-2x})\,dx$

g. $\displaystyle\int_{1}^{4} \left(\frac{(\ln x)^2}{x}+x\right)dx$ **h.** $\displaystyle\int_{0}^{2\pi} (t-\pi)\cos(t)\,dt$

Ejercicio 12.-

a. Sabiendo que $\int_1^3 f(x)dx = 5$, calcular $\int_1^3 (f(x)+2x)dx$.

b. Sabiendo que $\int_{-2}^1 (f(t)-3)dt = -2$, calcular $\int_{-2}^1 f(t)dt$.

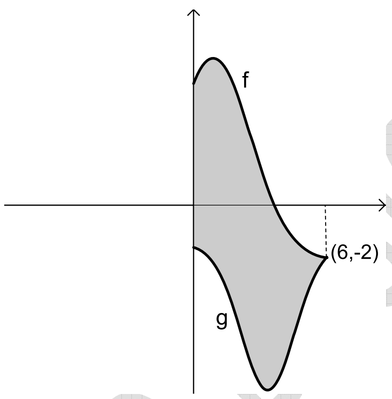
Ejercicio 13.-

a. Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que $\int_1^a \frac{4}{x^2}dx = \frac{16}{5}$.

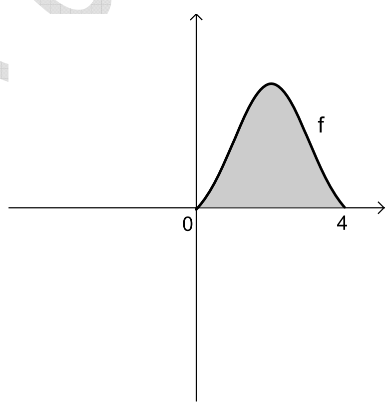
b. Hallar $a \in \mathbb{R}$ tal que $\int_0^4 (3\sqrt{x}+ax)dx = 0$.

Ejercicio 14.- Expresar, usando integrales definidas, el área de las regiones sombreadas.

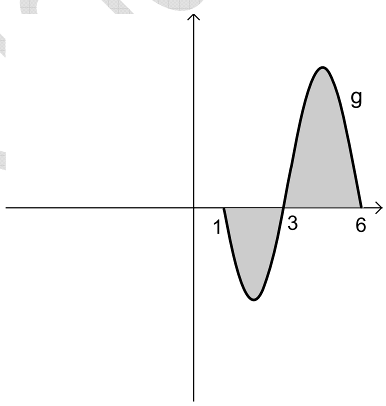
a.



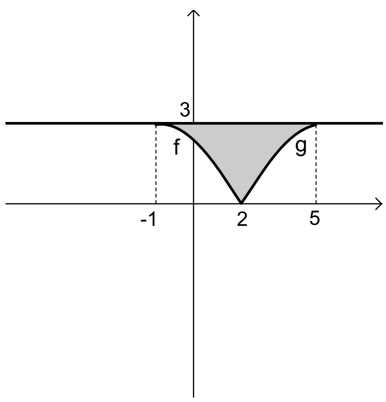
b.



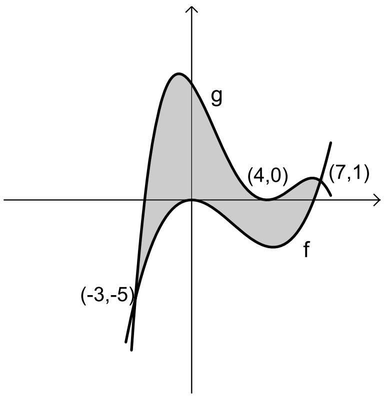
c.



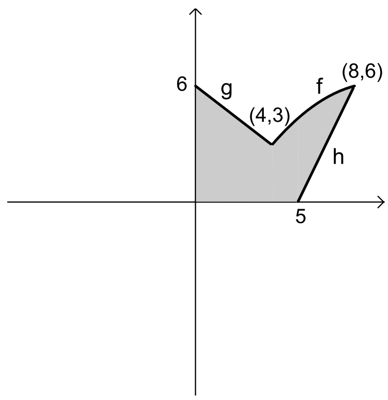
d.



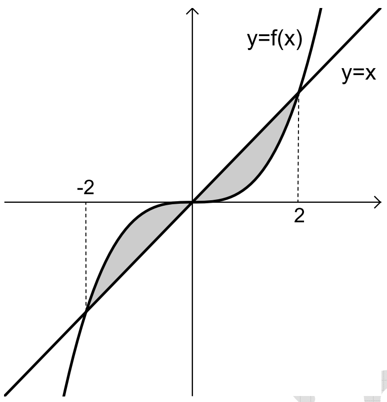
e.



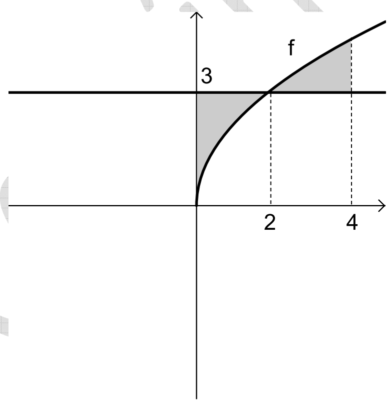
f.



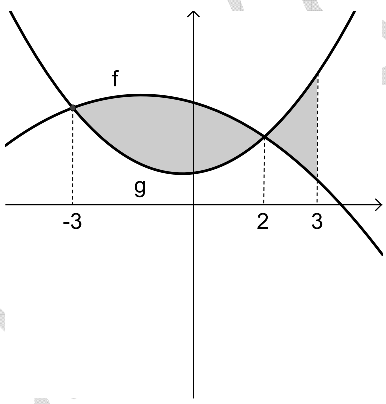
g.



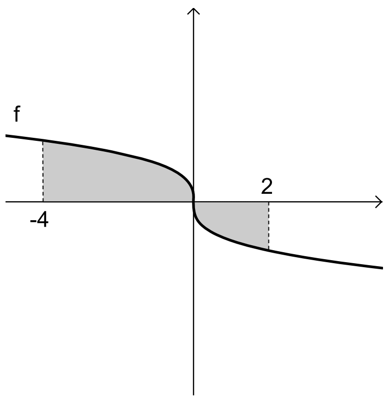
h.



i.



j.



Ejercicio 15.- Calcular el área de la región encerrada entre:

a. el gráfico de $f(x) = x^2 + 2x - 3$ y el eje x.

b. el gráfico de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 10x$ y el eje x.

c. los gráficos de $f(x) = -x + 4$ y $g(x) = x^2 + 2x$.

d. los gráficos de $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = -x + 6$ y el eje x.

e. los gráficos de $f(x) = x^3 - 1$ y $g(x) = 4x - 1$.

f. los gráficos de $f(x) = 2x^2 + 6x - 5$ y $g(x) = x^2 - 3x + 5$.

Ejercicio 16.- Calcular el área de la región comprendida entre los gráficos de

a. $f(x) = -x+2$ y $g(x) = x(x-2)$ para $0 \le x \le 3$

b. $f(x) = -x+2$ y $g(x) = x(x-2)$ para $-2 \le x \le 4$

c. $f(x) = e^{-x}$ y $g(x) = e^{2x}$ para $-1 \le x \le 1$

d. $f(x) = -x^2 - x + 2$ y el eje x para $-3 \le x \le 3$

e. $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ y $g(x) = \sqrt{x-1}$ para $1 \le x \le 10$

f. $f(x) = x^2 + 4x + 2$ y $g(x) = -2x^2 + 7x + 8$ para $-2 \le x \le 6$

Ejercicio 17.- Calcular el área de la región limitada por

a. los gráficos de $f(x) = \sqrt{x-5}$, $g(x) = \sqrt{5-x}$ y la recta $y = 2$.

b. los gráficos de $f(x) = \sqrt{10-x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ y el eje x.

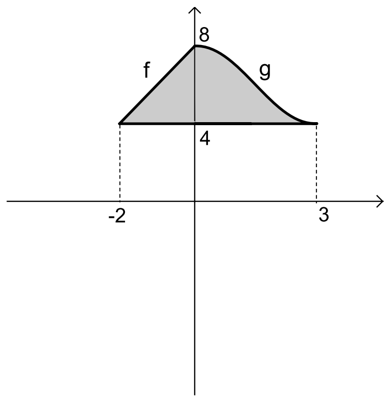
c. el eje y, la curva $y = \sqrt{x}$ y la recta $y = -x+6$.

d. las curvas $y = \frac{16}{x^2}$, $x = 4$, $y = 2x$.

e. las curvas $y = \frac{16}{x^2}$, $y = 2x$, $y = 16$.

f. las curvas $y = \sqrt{x-2}$, $y = 2x - 10$ y el eje x.

Ejercicio 18.- Sabiendo que el área de la región sombreada vale 10, calcular $\int_0^3 g(x)dx$.



PRÁCTICA 6

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Calcular el área de la región encerrada entre las curvas $y=\sqrt{x+9}$, $y=2$ y el eje y.

Ejercicio 2.- Calcular el área de la región encerrada entre el eje x y los gráficos de $f(x)=(x+1)^2$ y $g(x)=\dfrac{-x+1}{x+1}$.

Ejercicio 3.- Calcular el área de la región limitada por los gráficos de $f(x)=\dfrac{6}{x}$, $g(x)=x+1$ y $h(x)=x-1$.

Ejercicio 4.- Calcular el área de la región comprendida entre el gráfico de $f(x)=\ln(\frac{2}{3}x-3)$ y el eje x para $5\le x\le 9$.

Ejercicio 5.- Calcular el área de la región que encierran el gráfico de $f(x)=\sqrt{x-3}$; la recta tangente al mismo en $(7, f(7))$ y el eje x.

Ejercicio 6.- Calcular .

a. $\displaystyle\int\left(\sqrt[3]{x}+\frac{\ln(x)}{3x}\right)dx$

b. $\displaystyle\int\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}\,dx$

c. $\displaystyle\int\left(2+x\sqrt{4+5x^2}\right)dx$

d. $\displaystyle\int\left(x\cos(x^2+6)+\operatorname{sen}(x)\right)dx$

e. $\displaystyle\int x\cos(3x+1)dx$

f. $\displaystyle\int(3x-1)e^{2x}dx$

g. $\displaystyle\int\frac{3\cos(\ln(x+2))}{x+2}\,dx$

h. $\displaystyle\int\sqrt[5]{\cos(3x+2)}\,\operatorname{sen}(3x+2)dx$

i. $\displaystyle\int x^2(3x+\ln(x))dx$

j. $\displaystyle\int(x+5)x^{4/5}dx$

k. $\displaystyle\int 3\operatorname{sen}(5+e^{4x})e^{4x}dx$

l. $\displaystyle\int\frac{7}{(x-3)\left(\ln(2x-6)\right)^5}\,dx$

m. $\displaystyle\int\left(\sqrt{5x+1}+e^{2x-1}\right)dx$

n. $\displaystyle\int\left(x^2e^{-x^3}+x^2\right)dx$

Ejercicio 7.- Para la función $f(x) = 5x\,\text{sen}(x^2)$, hallar una primitiva $F(x)$ que verifique $F(0) = 1$.

Ejercicio 8.- Hallar la función f sabiendo que

a. $f'(x) = \dfrac{5}{x-2} - 6x^2$ y $f(3) = 100$.

b. $f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$ y $f(1) = 2$.