PRACTICA 1

NUMEROS REALES

Ejercicio 1.- Representar en la recta real los siguientes números reales

a) $0 \qquad 1 \qquad 2 \qquad \frac{2}{5} \qquad \frac{3}{2} \qquad \sqrt{2}$

b) $-2 \qquad -3 \qquad 3 \qquad \sqrt{3} \qquad \frac{1}{3} \qquad \sqrt{\frac{1}{3}} \qquad -\sqrt{\frac{1}{4}} \qquad -\frac{1}{4}$

Ejercicio 2.- Representar en la recta real los siguientes subconjuntos de $\mathbb{R}$

a) $[-5,3]=\{x\in\mathbb{R} \,/\, -5\le x\le 3\}$

b) $(-\infty,-1)=\{x\in\mathbb{R} \,/\, x<-1\}$

c) $\{n\in\mathbb{N} \,/\; 2\le n<6\}$

d) $\left\{\frac{1}{n} \,/\, n\in\mathbb{N}\right\}=\left\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\dots,\frac{1}{n},\dots\right\}$

Ejercicio 3.- Representar en la recta numérica

a) Todos los números reales mayores que -3.

b) Todos los números reales menores o iguales que 4.

c) Todos los números reales mayores que 2 y menores o iguales que $\frac{9}{2}$.

d) Los intervalos

$(1,4) \qquad [-2,3) \qquad (0,5] \qquad \left[-3,\frac{1}{2}\right]$

$(-8,-2) \qquad (-8,-1] \qquad \left[\frac{5}{4},+\infty\right) \qquad \left(\sqrt{\frac{5}{4}},+\infty\right)$

e) Las uniones de intervalos

$(-3,1)\cup(0.4] \qquad [-2,-1]\cup[-1,3) \qquad [2,3]\cup(0,5) \qquad (-8,1)\cup(3,8)$

f) Las intersecciones de intervalos

$(-3,1)\cap(0.4] \qquad [-2,-1]\cap[-1,3) \qquad [2,3]\cap(0,5) \qquad (-8,1)\cap(3,8)$

Ejercicio 4.- Decidir cuáles de los siguientes números reales pertenecen al intervalo $(-\infty,2)$:

$-2 \qquad 2 \qquad \sqrt{2}-1 \qquad 1-\frac{7}{4} \qquad \sqrt[3]{9} \qquad \sqrt[3]{-27} \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^5$

Ejercicio 5.- Representar en la recta numérica y escribir como intervalo o unión de intervalos

a) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{1}{x} < 2\right\}$ b) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{3}{x} > 4\right\}$ c) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{2}{x} - 3 < -1\right\}$

d) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{1}{x} \geq \dfrac{64}{x}\right\}$ e) $\left\{x \in \mathbb{R} / 8x < x^2\right\}$ f) $\left\{x \in \mathbb{R} / -\dfrac{5}{x} + 1 > 0\right\}$

g) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{6}{x-4} > -1\right\}$ h) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{4}{x+2} < -2\right\}$ i) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{3x+2}{x+4} < 1\right\}$

j) $\left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{3}{x-1} + \dfrac{2}{x-1} > 1\right\}$

Definición:

El valor absoluto de un número real a es $|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$

Ejercicio 6.-

a) Representar en la recta numérica los siguientes conjuntos

$A = \{x \in \mathbb{R} / |x| = 5\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / |x| = 0\}$

$C = \{x \in \mathbb{R} / |x| = -1\}$ $D = \{x \in \mathbb{R} / |x-4| = 2\}$

$E = \{x \in \mathbb{R} / |2x+1| = 3\}$ $F = \{x \in \mathbb{R} / |5x-4| = 0\}$

b) Escribir como intervalo o unión de intervalos y representar en la recta numérica los siguientes conjuntos

$G = \{x \in \mathbb{R} / |x-1| < 3\}$ $H = \{x \in \mathbb{R} / |x+2| > 4\}$

$I = \{x \in \mathbb{R} / 3x-1| > 8\}$ $J = \{x \in \mathbb{R} / |8x+3| < 5\}$

c) Expresar los siguientes conjuntos en la forma $\{x \in \mathrm{R} / |x-a| < r\}$ o bien $\{x \in \mathrm{R} / |x-a| > r\}$ según corresponda, para valores de a y r adecuados.

i) Los reales que distan del 0 en menos de 2 .

ii) Los reales que distan del -1 en más de 1 .

iii) Los reales que distan de $-1/2$ en menos de $0,2$.

iv) $(-5, 3)$

v) $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$

Ejercicio 7.- Hallar valores de a y b tales que $|a+b| < |a| + |b|$.

Definición:

Un conjunto $A \subset \mathbb{R}$ se dice acotado superiormente si existe un número real c tal que para todo $a \in A$: $a \leq c$. Decimos que c es cota superior de A.

Definición:

Sea $A \subset \mathbb{R}$ un conjunto no vacío acotado superiormente. El número real s se llama supremo de A si cumple con las dos condiciones siguientes:

S_1) s es cota superior de A.

S_2) Si c es cota superior de A entonces $s \leq c$.

Es decir s es la menor de las cotas superiores de A .

Ejercicio 8.- Dados los siguientes conjuntos de números reales

a) Decidir cuáles están acotados superiormente.

b) Dar varias cotas superiores.

c) Encontrar, si existe, la menor cota superior, es decir, el supremo.

$A = (0, 7)$ $\qquad B = \mathbb{N}$ $\qquad C = \{1{,}9\,;\,1{,}99\,;\,1{,}999\,;\ldots\}$

$D = \{x \in \mathbb{R} / |x-1| < 2\}$ $\qquad E = \{x \in \mathbb{R} / |3x+2| > 4\}$ $\qquad F = \left\{x \in \mathbb{R} / \dfrac{9}{|2x|} > 3\right\}$

$G = (0, +\infty)$ $\qquad H = (-\infty, 5)$ $\qquad I = (0,1) \cup \left(3, \dfrac{7}{2}\right)$

Definición:

Un conjunto $A \subset \mathbb{R}$ se dice acotado inferiormente si existe un número real d tal que para todo $a \in A$: $d \leq a$. Decimos que d es cota inferior de A.

Definición:

Sea $A \subset \mathbb{R}$ un conjunto no vacío acotado inferiormente. El número real i se llama ínfimo de A si cumple con las dos condiciones siguientes:

I_1) i es cota inferior de A .

I_2) Si d es cota inferior de A entonces $d \leq i$.

Es decir i es la mayor de las cotas inferiores de A .

Ejercicio 9.- Para los conjuntos del ejercicio anterior

a) Decidir cuáles están acotados inferiormente.

b) Dar varias cotas inferiores.

c) Encontrar, si existe, la mayor de las cotas inferiores, es decir, el ínfimo.

Ejercicio 10.- Hallar, cuando exista, el supremo y el ínfimo de los conjuntos de los ejercicios 3 y 5.

Ejercicio 11.- Escribir como intervalo o unión de intervalos y hallar, cuando exista, el supremo y el ínfimo de los siguientes conjuntos:

$A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,|2x-1|<5\}$ $\qquad$ $B=\{x\in\mathbb{R}\,/\,|x+4|<1\}$

$C=\{x\in\mathbb{R}\,/\,|3x-6|>9\}$ $\qquad$ $D=\{x\in\mathbb{R}\,/\,|x+2|>6\}$

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Escribir el conjunto $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,\dfrac{1}{x}<\dfrac{2x+1}{3x}\right\}$ como intervalo o unión de intervalos.

Ejercicio 2.- Escribir el conjunto $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,\dfrac{x^2+4}{x+2}<x\right\}$ como intervalo o unión de intervalos y hallar, si existen, el supremo y el ínfimo.

Ejercicio 3.- En cada uno de los siguientes problemas marcar la única respuesta correcta

a) Si $A=\{x\in R\,/\,|x+1|\le 4\}$, entonces

☐ $\sup(A)=3$ e $\inf(A)=-5$ $\qquad$ ☐ $\sup(A)=1$ y A no tiene ínfimo

☐ $\sup(A)=3$ y A no tiene ínfimo $\qquad$ ☐ $\sup(A)=1$ e $\inf(A)=-3$

---

b) Una cota inferior de $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,5x+4\ge 2x-1\}$ es

☐ $-\dfrac{5}{3}$ $\qquad$ ☐ $\dfrac{5}{3}$ $\qquad$ ☐ -1 $\qquad$ ☐ 0

---

c) El conjunto $A=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,\dfrac{3}{x}>-2\right\}$ es igual a

☐ $\left(-\infty,-\dfrac{3}{2}\right)\cup(0,+\infty)$ $\qquad$ ☐ $\left(-\dfrac{3}{2},0\right)\cup\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$

☐ $\left(-\dfrac{3}{2},0\right)\cup(0,+\infty)$ $\qquad$ ☐ $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

---

d) El ínfimo del conjunto $A=\{x\in\mathbb{R}\,/\,|3x-2|<1\}$ es igual a

☐ -1 $\qquad$ ☐ $-\dfrac{1}{3}$ $\qquad$ ☐ $\dfrac{1}{3}$ $\qquad$ ☐ 1