PRACTICA 2
FUNCIONES

Ejercicio 1.- Representar en el plano los puntos

$A = (2,0)$ $B = (0,-2)$ $C = \left(3, \frac{1}{2}\right)$ $D = (-4,1)$

$E = (3,-3)$ $F = \left(\sqrt{2},1\right)$ $G = (-1,-2)$ $H = (-1,2)$

Ejercicio 2.- Representar en el plano todos los puntos que tienen

a) abscisa -3 .

b) ordenada $\frac{1}{2}$.

c) abscisa de módulo 4 .

d) ordenada mayor que -5 .

e) abscisa y ordenada iguales.

f) abscisa y ordenada menores que 0 .

g) ordenada mayor o igual que 1 y abscisa menor que 4 .

h) ordenada entre -1 y 1 y abscisa entre -4 y 4 .

Ejercicio 3.- Sea $f(x) = 2x + 3$

a) Calcular $f(5)$, $f(0)$, $f(-2)$.

b) Trazar el gráfico de la función.

c) Hallar analítica y gráficamente los x tales que

i) $f(x) = 0$ ii) $f(x) = -1$ iii) $f(x) = 5$

d) Trazar la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Decidir cuáles de los siguientes puntos pertenecen a dicha recta:

$A = (0,1)$ $B = (-1,1)$ $C = (1,5)$ $D = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

Ejercicio 4.- Graficar las siguientes funciones lineales en un mismo sistema de coordenadas cartesianas:

a) $f(x)=3x$, $g(x)=5x$, $h(x)=\frac{2}{3}x$

b) $f(x)=2x$, $g(x)=-2x$

c) $f(x)=4x$, $g(x)=4x+2$, $h(x)=4x-3$

Ejercicio 5.-

a) Encontrar, en cada caso, una función lineal que satisfaga

i) $f(1)=4$, $f(-3)=2$ ii) $f(-1)=5$, $f(85)=5$

b) Calcular la pendiente de cada una de las rectas que son gráficos de las funciones lineales del inciso anterior.

Ejercicio 6.-

a) Hallar la ecuación de la recta de pendiente m que pasa por P , siendo

i) $P=(-2,3)$, $m=2$ ii) $P=(1,5)$, $m=0$

iii) $P=(3,-4)$, $m=-1$ iv) $P=(\frac{1}{5},-\frac{3}{5})$, $m=-\frac{1}{2}$

b) Encontrar la pendiente de la recta que pasa por P y Q siendo

i) $P=(1,2)$, $Q=(-4,3)$ ii) $P=(5,8)$, $Q=(-6,8)$

iii) $P=(0,2)$, $Q=(1,4)$ iv) $P=(1,2)$, $Q=(-1,4)$

Ejercicio 7.-

a) Hallar el valor de a para que la recta de ecuación $y=ax+5$ pase por el punto $(1,4)$.

b) Hallar el valor de b para que la recta de ecuación $y=-2x+b$ pase por el punto $(-3,1)$.

Ejercicio 8.-

a) ¿Existe una función lineal que responda a la siguiente tabla de valores?

x	$f(x)$
-1	2
$1/2$	$1/3$
1	$-4/3$

b) Completar la siguiente tabla de valores sabiendo que $y = f(x)$ es lineal.

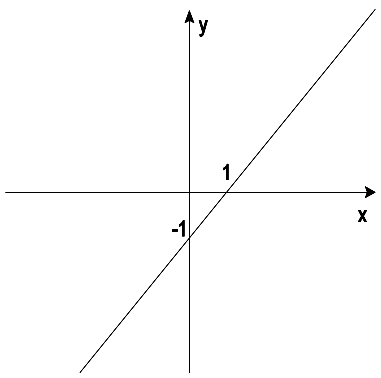
x	$f(x)$
-1	2
$1/2$	$1/3$
	$-4/3$
1	

Ejercicio 9.- A partir de los siguientes gráficos

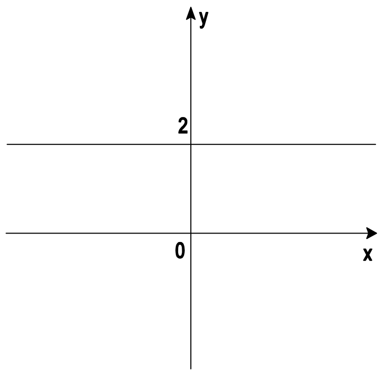
a) Escribir la función lineal correspondiente a cada recta.

b) Determinar el valor de la pendiente.

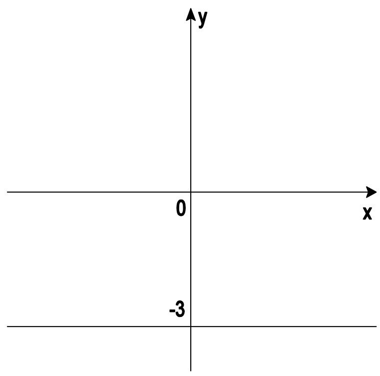
i)



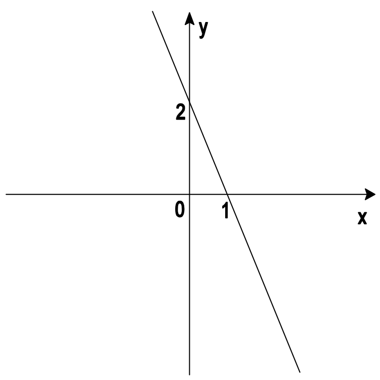
ii)



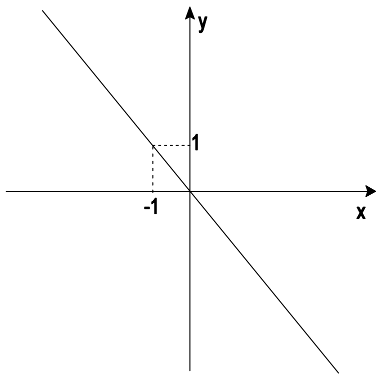
iii)



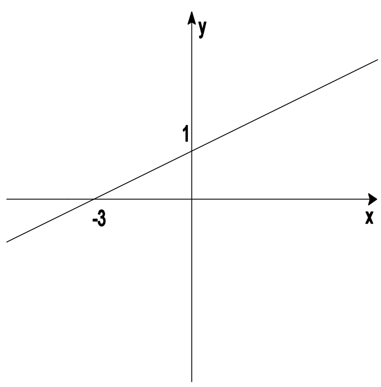
iv)



v)



vi)



Ejercicio 10.- Dada la recta que pasa por $(3,2)$ y $(4,a)$

a) ¿Para qué valor de a la pendiente vale 8?

b) ¿Para qué valor de a la recta corta el eje y en el punto $(0,3)$?

c) ¿Para qué valor de a la recta pasa por el punto $(2,9)$?

d) Para los valores hallados en los incisos anteriores, calcular en qué punto las rectas cortan el eje x.

Ejercicio 11.- Determinar cuáles de las siguientes funciones son crecientes y cuáles decrecientes. Determinar cuál crece más rápidamente y cuál decrece más rápidamente.

$f_1(x) = 3x + 2$, $f_2(x) = 2x - 1$, $f_3(x) = -2x + 1$, $f_4(x) = -x - 4$

Ejercicio 12.- Graficar las siguientes funciones

a) $f(x) = \left|\frac{x}{4}\right|$ b) $f(x) = |2x - 1|$

c) $f(x) = |x + 3|$ d) $f(x) = |x - 5|$

Ejercicio 13.- Dadas las siguientes funciones f y g, determinar gráfica y analíticamente el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, f(x) \geq g(x)\}$

a) $f(x) = 3$, $g(x) = |x - 1|$ b) $f(x) = x$, $g(x) = |x + 3|$

Ejercicio 14.- Supongamos que la demanda semanal de un producto es de 100 unidades cuando el precio es de $\$58$ por unidad y de 200 unidades con precio de $\$51$ cada una.

a) Hallar la función demanda $p = D(x)$, suponiendo que es lineal.

b) Calcular $D(75)$. ¿Qué representa?

Ejercicio 15.- Un fabricante de zapatos está dispuesto a colocar en el mercado 50 (miles de pares) cuando el precio es $\$35$ por par y 75 cuando su precio es de $\$50$.

a) Obtener la función de oferta $p = O(q)$, suponiendo que el precio p y la cantidad q tienen una relación lineal, y graficarla.

b) Se ha podido determinar que la ecuación de demanda de su producto es

$$p = D(q) = -\frac{1}{2}q + 38$$

Hallar la cantidad de pares de zapatos que debe fabricar para que la oferta coincida con la demanda (cantidad de equilibrio). ¿Cuál es el precio (precio de equilibrio) del par de zapatos para esta cantidad?

c) Graficar en un mismo sistema de coordenadas las funciones de oferta y de demanda e interpretar geométricamente el punto de equilibrio (cantidad, precio).

Ejercicio 16.- Una empresa vende un producto a $\$65$ por unidad. Los costos variables por unidad en concepto de materiales y mano de obra ascienden a $\$37$. Los costos fijos mensuales ascienden a $\$10.000$.

a) Encontrar la función de costo total $y = C(x)$ expresada en función de x unidades producidas y vendidas.

b) Encontrar la función de ingreso $y = I(x) =$ precio unitario por cantidad, en función de términos x unidades vendidas.

c) Encontrar la función de utilidad (utilidad=ingreso total-costo total) ¿Qué utilidad se obtiene si las ventas son de 2.000 unidades?

d) ¿Cuántas unidades se deben vender para tener una utilidad mayor que $\$60.000$?

Ejercicio 17.- En cada caso, trazar el gráfico de la función cuadrática y hallar las coordenadas del vértice de la parábola que representa

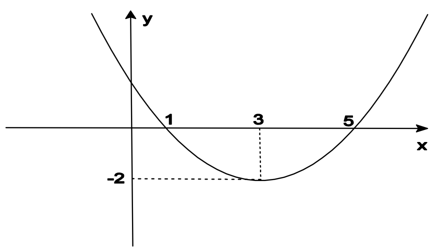
i) $f(x) = 3x^2$ ii) $f(x) = x^2 + 4$ iii) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 3$

iv) $f(x) = x^2 - 2x + 3$ v) $f(x) = -2x^2$ vi) $f(x) = -x^2 + 2$

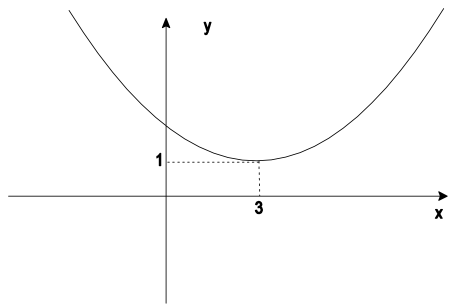
vii) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 1$ viii) $f(x) = -x^2 - 2x - 7$

Ejercicio 18.- Hallar los conjuntos de positividad y de negatividad, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, el máximo o mínimo de las funciones cuadráticas cuyos gráficos figuran a continuación:

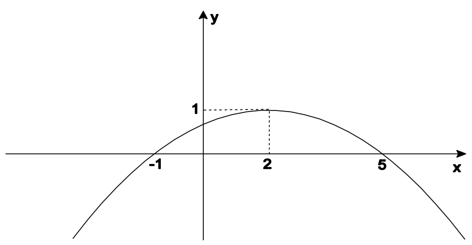
i)



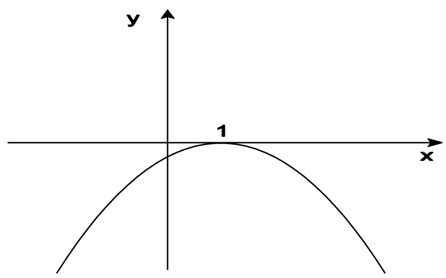
ii)



iii)



iv)



Ejercicio 19.- En las funciones del ejercicio 17

a) Determinar intervalos donde la función es creciente e intervalos donde es decreciente

b) ¿Cómo se comporta $f(x)$ cuando x tiende a más y a menos infinito?

c) Determinar en cada caso el valor máximo ó mínimo de la función y dónde lo alcanza.

Ejercicio 20.- Dada $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ hallar los x tales que

a) $f(x) = 1$ b) $f(x) = 6$ c) $f(x) = -2$

d) $f(x) = 3x + 9$ e) $f(x) = x^2 - 4x + 7$ f) $f(x) = -3x + 9$

Ejercicio 21.- Hallar, si existen, el supremo y el ínfimo de los siguientes conjuntos

$A = \{x \in \mathbb{R} / x(x-2) < 0\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / (x-3)(x+1) < 0\}$

$C = \{x \in \mathrm{R} /\ x^2 + x - 2 < 0\}$ $D = \{x \in \mathbb{R} / 2x^2 - 8 \leq x^2 - 2x + 7\}$

Ejercicio 22.- Cuando se produce una cantidad x (en miles de toneladas) de una cierta mercadería dos productores reciben un beneficio mensual (en miles de pesos) de $g_1(x) = -x^2 + 5x + 50$, $g_2(x) = 10x$.

a) Graficar ambas funciones de ganancia.

b) ¿Cuántas toneladas debe producir cada productor para obtener la misma ganancia?

c) ¿Para qué producción las ganancias obtenidas por el primer productor cuadruplican las del segundo?

Ejercicio 23.- La función de demanda para el producto de un fabricante es $p = D(q) = 1200 - 3q$, donde p es el precio (en pesos) por unidad cuando se tiene una demanda semanal de q unidades.

a) Expresar el ingreso total $I = I(q)$ (Ingreso total $= pq$) en función de la demanda. Hacer un gráfico de tal función.

b) Calcular el nivel de producción semanal que maximiza el ingreso total del fabricante y determinar el ingreso máximo.

Ejercicio 24.- Graficar en forma aproximada las siguientes funciones polinómicas

i) $f(x) = 2x^3$ ii) $f(x) = 2x^3 - 1$ iii) $f(x) = 2(x-1)^3$

iv) $f(x)=2x^4$ v) $f(x)=2x^4-1$ vi) $f(x)=2(x-1)^4$

Ejercicio 25.- Hallar el dominio de f y hacer un gráfico aproximado. Analizar en cada caso su comportamiento en el infinito

a) $f(x)=-\dfrac{1}{x}$ b) $f(x)=\dfrac{4}{x-1}$

c) $f(x)=\left|\dfrac{1}{x}\right|$ d) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$

Ejercicio 26.- Hallar el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x)=\dfrac{5}{x-3}$ b) $f(x)=\dfrac{3x-5}{2x+1}$ c) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}$

d) $f(x)=\dfrac{1}{-x^2+x+2}$ e) $f(x)=\dfrac{2}{4x^2-8x+3}$ f) $f(x)=\dfrac{3}{x^2-x+2}$

Ejercicio 27.- Calcular $f\circ g$ y $g\circ f$ indicando el dominio en cada caso

a) $f(x)=2x+1$, $g(x)=3x+4$ b) $f(x)=3x+2$, $g(x)=x^2$

c) $f(x)=\dfrac{3x+1}{2x-4}$, $g(x)=x^3$ d) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-4}$, $g(x)=\dfrac{2}{x}$

e) $f(x)=\text{sen}(x)$, $g(x)=\pi x$ f) $f(x)=\text{sen}(x)$, $g(x)=\dfrac{1}{x}$

Ejercicio 28.-

a) La función $f(x)=1,8x+32$ expresa la temperatura en grados Fahrenheit conocida la misma en grados Celsius. Sabiendo que el papel arde aproximadamente a $451°F$, ¿a cuántos grados Celsius tendrá que exponer esta práctica para quemarla?

b) Dar la función que permite, dada una temperatura cualquiera en grados Fahrenheit, obtener la misma en grados Celsius.

Ejercicio 29.-

a) La función de demanda de cierto artículo viene dada por $p=D(q)=-0,5q+100$. Calcular la función inversa $q=D^{-1}(p)$.

b) La función de oferta de cierto producto viene dada por $p=O(q)=0,25q+10$. Calcular la función inversa $q=O^{-1}(p)$.

c) Interpretar el crecimiento o decrecimiento de las funciones obtenidas.

Ejercicio 30.- Hallar el dominio y representar gráficamente las siguientes funciones

a) $f(x)=\sqrt{x}$ b) $f(x)=\sqrt{x-1}$ c) $f(x)=\sqrt{x+\frac{1}{2}}$

d) $f(x)=\sqrt{1-x}$ e) $f(x)=\sqrt[3]{x}$ f) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$

Ejercicio 31.- Hallar los x que verifican

a) $x^2=9$ b) $\sqrt{x}=5$ c) $\sqrt[3]{2x+8}=4$

d) $\sqrt{3x+7}=5$ e) $\sqrt[3]{(x-1)^2}=4$ f) $3+\sqrt{x^2+5}=6$

Ejercicio 32.- Calcular y dar el dominio de f^{-1}

a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ b) $f:\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

c) $f:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{3}{x}$ d) $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$

e) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+1$ f) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3$

g) $f:[-5,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x+5}$ h) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{2x-5}$

Ejercicio 33.-

a) Una empresa calcula que el costo de producción de x unidades de un artículo de consumo, es igual, medido en pesos, a $C(x)=300+50\sqrt{x}$. Calcular a partir de cuántas unidades producidas, el costo de producción supera los $\$10\,000$.

b) La función de demanda de x unidades de un artículo medida en pesos es igual a $p=D(x)=\sqrt{3600-5x}$, $0\le x\le 720$. Calcular para qué producción la demanda supera los $\$15$.

Ejercicio 34.- Graficar las siguientes funciones y hallar su imagen. Analizar en cada caso su comportamiento en el infinito.

a) $f(x)=e^x-2$ b) $f(x)=e^{x-2}$

c) $f(x)=e^{-x+2}$ d) $f(x)=e^{-x+2}+4$

Ejercicio 35.- Calcular el dominio de las siguientes funciones, graficarlas y hallar su imagen. Analizar en cada caso su comportamiento en el infinito

a) $f(x)=\ln(-x)$ b) $f(x)=1+\ln(x)$

c) $f(x)=\ln\left(x-1\right)$ d) $f(x)=\ln(x^2)$

Ejercicio 36.- Dadas las funciones

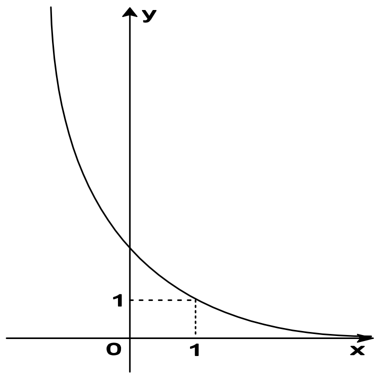
a) $f(x)=e^{2x}$ b) $f(x)=e^{1-x}$ c) $f(x)=e^{x-2}$

d) $f(x)=\ln\left(\dfrac{2}{x}\right)$ e) $f(x)=\ln\left(1+x\right)$ f) $f(x)=2\ln\left(-x\right)$

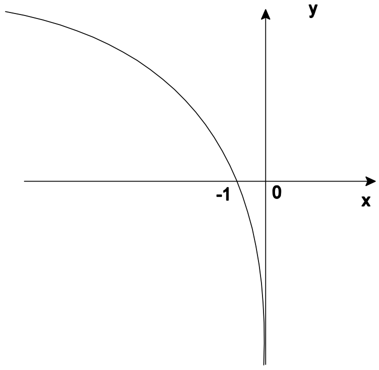
a) Decidir qué gráfico corresponde a cada una de ellas.

b) En cada caso dar la fórmula y el gráfico de la función inversa.

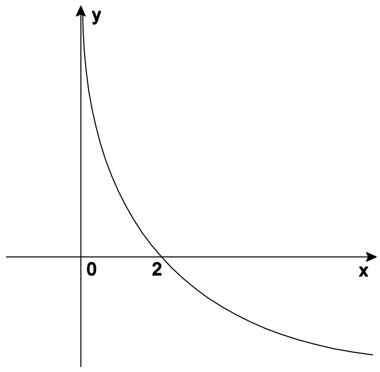
i)



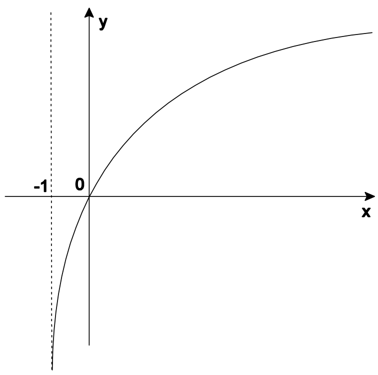
ii)



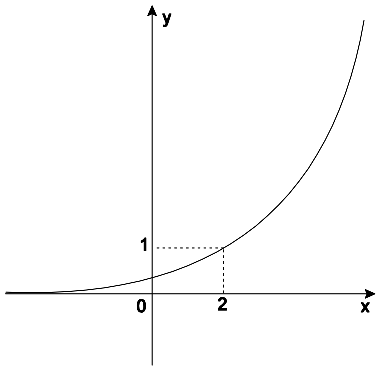
iii)



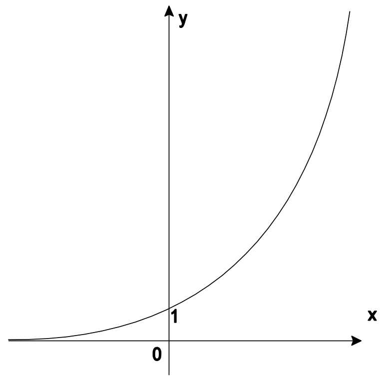
iv)



v)



vi)



Ejercicio 37.- Para las siguientes funciones, hallar el dominio, los ceros y los conjuntos de positividad y negatividad

a) $f(x)=\ln(x-1)$ b) $f(x)=\ln(x^2-2)$

c) $f(x)=\ln(x)+3$ d) $f(x)=\ln(4-2x)$

Ejercicio 38.- Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $e^{x+5}=1$ b) $3e^{2x-1}=15$ c) $\ln(x-3)=0$

d) $\sqrt[3]{2x+8}=2$ e) $3^{x+1}=27$ f) $3^{x+2}=\dfrac{1}{3}$

Ejercicio 39.- Hallar $f^{-1}(x)$ e indicar su dominio:

a) $f(x)=1+2e^{4x+3}$ b) $f(x)=\ln(3x+6)$ c) $f(x)=\dfrac{e^{2x+5}-7}{3}$

d) $f(x)=4\ln(5x-2)+1$ e) $f(x)=1+5e^{\sqrt{x-3}}$ f) $f(x)=3-\ln\left(2x^2-1\right)$

Ejercicio 40.- Un capital C se deposita en un banco durante t meses a un interés del $r\%$ anual con capitalización mensual produciendo un monto $M(t)=C\left(1+\dfrac{r}{1.200}\right)^t$.

a) ¿Qué monto produce un capital de $\$100.000$ al 15% al cabo de un año?

b) ¿Qué monto produce al cabo de un año y medio?

c) ¿Cuánto se debe invertir para ganar $\$100.000$ en tres años al 21%?

d) ¿En cuánto tiempo se triplica un capital al 18%?

Ejercicio 41.- Si la función exponencial $M(x)=3.000(1,02)^x$ representa un interés compuesto:

a) ¿Cuál es el capital inicial?

b) ¿Cuál es el interés?

Ejercicio 42.- El número de habitantes de la República Argentina podría estimarse aproximadamente mediante la fórmula $N(t)=40e^{0,01t}$ millones de habitantes, donde la variable t indica el número de años transcurridos a partir del año 2014. Siguiendo esta hipótesis

a) ¿Cuál será el número estimable de habitantes para el año 2.020?

b) ¿En qué año habrán más de 50 millones de habitantes?

c) ¿En qué año se duplicará el número de habitantes del año 2.014?

Ejercicio 43.- La función de demanda de un producto viene dada por $p=D(x)=250e^{-x+1}$. ¿Qué cantidad se espera vender para un precio de $\$50$ la unidad?

Ejercicio 44.- La función de demanda para un producto es $p = D(x) = 4\,e^{2-0,1x}$.

a) Graficar aproximadamente esta función.

b) Expresar x en función de p .

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Escribir los siguientes conjuntos como intervalo o unión de intervalos y hallar, si existen, supremo e ínfimo de los mismos.

$A = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{4}{x} < x - 3 \right\}$ $\qquad$ $B = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{1}{x} > x + 1 - \frac{5}{x} \right\}$

$C = \left\{ x \in \mathbb{R} / x^2 - 6 \le x + 6 \right\}$ $\qquad$ $D = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{1}{x} < \left| x + 2 \right| \right\}$

$E = \left\{ x \in \mathbb{R} / \sqrt{x+1} \ge | x | \right\}$ $\qquad$ $F = \left\{ x \in \mathbb{R} / | 3x + 1 | \ge | x - 2 \right\}$

$G = \left\{ x \in \mathbb{R} / \ln(2x - 3) > 0 \right\}$ $\qquad$ $H = \left\{ x \in \mathbb{R} / \sqrt{x-2} < 4 \right\}$

$I = \left\{ x \in \mathbb{R} / \frac{3x-1}{x+1} < 3 \right\}$ $\qquad$ $J = \left\{ x \in \mathbb{R} / f^{-1}(x) < 6 \right\}$, donde $f(x) = \sqrt{2x+4}$

$K = \left\{ x \in [0, 6\pi] / \operatorname{sen}(x) \ge 0 \right\}$

Ejercicio 2.- Un capital de $\$10.000$ se invierte a interés compuesto anual (con capitalización anual) del 6% ¿Cuánto tardará en obtenerse un monto de $\$15.000$?

Ejercicio 3.- El conjunto de positividad de una función cuadrática es el intervalo $(1,3)$, ¿cuáles son sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento?

Ejercicio 4.- Graficar la función $f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si} \quad -3 \le x \le 5 \\ 2x - 5 & \text{si} \quad x < -3 \text{ ó } x > 5 \end{cases}$

Ejercicio 5.- La función de demanda de un producto está dada por $p = D(q) = \frac{a}{q}$, y la función de oferta por $p = O(q) = 3q - 60$ (p indica precio y q cantidad de unidades).

Determinar el valor de $a \in \mathbb{R}$ sabiendo que el precio de equilibrio es $\$15$.

Ejercicio 6.- Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ si se sabe que $\sup A = 7$, siendo $A = \left\{ x \in \mathbb{R} / | 2x + 1 | \le a \right\}$

Ejercicio 7.- En cada uno de los problemas siguientes, marcar la única afirmación correcta

a) La ecuación de oferta de cierto producto es $p = O(q) = 8e^{3q} + 50$. Entonces la cantidad ofertada q en función del precio p es $q =$

☐ $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{p-50}{8}\right)$ ☐ $3\frac{\ln(p)-50}{8}$ ☐ $\frac{\ln(p)-\ln(50)}{8}$ ☐ $3e^{\frac{p-50}{8}}$

---

b) La curva de oferta es $p = O(q) = q+1$ y la de demanda es $p = D(q) = \frac{400}{q+1}$

($q =$ número de unidades, $p =$ precio). Entonces el mercado está en equilibrio cuando

☐ $q = 19$ y $p = 20$ ☐ $q = 21$ y $p = 22$

☐ $q = 20$ y $p = 21$ ☐ $q = 399$ y $p = 400$

---

c) La función $f(x) = \ln(5x-9)$ es positiva para x en el intervalo

☐ $(1,2)$ ☐ $(3,5)$ ☐ $(0,+\infty)$ ☐ $(-1,0)$

---

d) El dominio natural de $f(x) = \ln(2x-4)$ es

☐ $(2,+\infty)$ ☐ $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$ ☐ $(0,+\infty)$ ☐ $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

---

e) El vértice de la parábola de ecuación $y = (x-2)^2 + 5$ es el punto

☐ $(2,5)$ ☐ $(2,-5)$ ☐ $(-2,-5)$ ☐ $(-2,5)$

---

f) Si $f(x) = e^{x-2} + 8$ entonces su función inversa es $f^{-1}(x) =$

☐ $\ln(x-6)$ ☐ $\ln(x-8)+2$ ☐ $\frac{1}{8}(\ln x + 2)$ ☐ $\frac{1}{e^{x-2}+8}$

---

g) Si $f(x) = 1-x$ y $g(x) = \frac{3x-1}{2-x}$ entonces $f \circ g(x) =$

☐ $\frac{1-4x}{2-x}$ ☐ $\frac{2-3x}{2-x}$ ☐ $\frac{2-x}{1+x}$ ☐ $\frac{3-4x}{2-x}$ $(-2,5)$
