PRACTICA 4
DERIVADAS

Definición:

Si f es una función y x_0 un punto de su dominio se define la *derivada de* f *en* x_0 como

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

cuando este límite existe.

Ejercicio 1.- Usando la definición de derivada comprobar las siguientes fórmulas de derivación

a) $(mx+b)' = m$ b) $(ax^2+bx+c)' = 2ax+b$

c) $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ d) $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$

Ejercicio 2.- Calcular la derivada de las siguientes funciones

a) $f_1(x) = 2x+5$ $f_2(x) = -3x+1$ $f_3(x) = x^2+5x+2$ $f_4(x) = 3x^2-2x$

$f_5(x) = 10^2$ $f_6(x) = \sqrt{x} + \dfrac{1}{x}$ $f_7(x) = 4\sqrt{x} - 3\dfrac{1}{x}$ $f_8(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

b) $f_1(x) = 4x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ $f_2(x) = x^5 + \dfrac{1}{7}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{4}x^2 + x - 1$

$f_3(x) = 4x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{3}{4}}$ $f_4(x) = \sqrt[3]{x^2} + 2\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}$

$f_5(x) = 2x^{-1} + 4x^{-3}$ $f_6(x) = 7\dfrac{1}{x} + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{2}{x^4}$

$f_7(x) = 2e^x + 3\ln x$ (*) $f_8(x) = x + 3\,\mathrm{sen}(x) + \cos(x)$

$f_9(x) = 4e^x + 2x^3$ $f_{10}(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{3}{x} - 2\ln x$

c) $f_1(x) = (2x+3)(x^2-4x)$ $f_2(x) = (4x^2+2x-3)(x^2-5x+2)$

$f_3(x) = \left(\sqrt{x} - \dfrac{1}{x}\right)\left(4\sqrt[3]{x} + 6x^2\right)$ $f_4(x) = (3x^2+2x)\left(1-\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{x}$

$f_5(x) = (x^2-3x)(2e^x+1)$ $f_6(x) = (5x+2)\left(4\ln x + \dfrac{2}{x}\right)$

$f_7(x)=\left(e^x-2\right)\left(x\ln x\right)$ $\quad$ $f_8(x)=\left(e^x+1\right)\left(e^x+x\right)\left(e^x+x^2\right)$

(*) $f_9(x)=\left(1+\operatorname{sen}x\right)\left(3x+2\operatorname{sen}x\right)$ $\quad$ (*) $f_{10}(x)=\left(x-\cos x\right)\left(x+\operatorname{sen}x\right)$

d) $f_1(x)=\dfrac{x^2+5x}{x^3-4x}$ $\quad$ $f_2(x)=\dfrac{2x+1}{2x-1}$ $\quad$ $f_3(x)=\dfrac{3x-1}{4x+2}$

$f_4(x)=\dfrac{-x^4+\sqrt{x}}{2x^2+1}$ $\quad$ $f_5(x)=\dfrac{x+\ln x}{2xe^x+1}$ $\quad$ $f_6(x)=\dfrac{2x^3+x^2}{x-3\ln x}e^x$

$f_7(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{1+e^x}+\dfrac{1}{x}\left(\ln x+2e^x\right)$ $\quad$ $f_8(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}\ln x}{1+\dfrac{e^x}{x^2+4}}$ $\quad$ (*) $f_9(x)=\dfrac{x\operatorname{sen}x}{x^2-1}$

(*) $f_{10}(x)=\dfrac{x+\operatorname{sen}x}{x-\cos x}$

Ejercicio 3.- Calcular la derivada de las siguientes funciones

$f_1(x)=(2x+1)^5$ $\quad$ $f_2(x)=\left(x-3x^2\right)^{100}$ $\quad$ $f_3(x)=\sqrt{x^2+4x+1}$

$f_4(x)=\left(x^2+2x+2\right)^{-3}$ $\quad$ $f_5(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$ $\quad$ $f_6(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^4+x}}$

$f_7(x)=e^{-7x}$ $\quad$ $f_8(x)=e^{x^2+3x}$ $\quad$ $f_9(x)=e^{\frac{2}{x}+3x}$

$f_{10}(x)=e^{\sqrt{2x+1}}$ $\quad$ $f_{11}(x)=\ln\left(x^4+2x\right)$ $\quad$ $f_{12}(x)=\ln^3(2x-1)$

$f_{13}(x)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$ $\quad$ $f_{14}(x)=\ln\left(x^2+1\right)^3$ $\quad$ $f_{15}(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+4x+9}}$

$f_{16}(x)=e^{2x}+3e^{-5x}$ $\quad$ $f_{17}(x)=x^2e^{3x-1}$ $\quad$ $f_{18}(x)=x^2e^{\frac{1}{x}}+\dfrac{1}{x}$

$f_{19}(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ $\quad$ $f_{20}(x)=(x-2)\ln(2x-4)$ $\quad$ (*) $f_{21}(x)=\sqrt{1+\cos(x)}$

(*) $f_{22}(x)(x)=3x-\cos(5x)$ $\quad$ (*) $f_{23}(x)=\operatorname{sen}^2(3x)+2e^{-x}$ $\quad$ (*) $f_{24}(x)=\cos\left(\ln\left(x^2+e^x\right)\right)$

***(*)Ejercicio 4.-** Calcular la derivada de*

$f_1(x)=(5x+1)^{2x+3}$ $\quad$ $f_2(x)=x^{x^2+4x}$ $\quad$ $f_3(x)=x^{3x}$

$f_4(x)=x^{e^{-x^2}}$ $\quad$ $f_5(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ $\quad$ $f_6(x)=(\ln x)^x$

$f_7(x)=x^{\ln x}$ $\quad$ $f_8(x)=\left(3x^2-x\right)^{\sqrt{2x+4}}$ $\quad$ $f_9(x)=5^{2x}$

$f_{10}(x)=\left(1+\operatorname{sen}^2 x\right)^x$

Ejercicio 5.- Para las siguientes funciones hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x=x_0$

a) $f(x)=-3x^2+x+2$, $x_0=1$

b) $f(x)=4x+1$, $x_0=2$

c) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3x+4}}{x}$, $x_0=4$

d) $f(x)=(x-5)e^{x^2-9}$, $x_0=3$

e) $f(x)=\ln(3x+7)$, $x_0=-2$

(*) f) $f(x)=(x+2)^{2x}$, $x_0=-1$

Ejercicio 6.- Sea $f(x)=\ln(bx^2+2)$. Hallar el valor de b para que la recta tangente al gráfico de f en el punto de abscisa $x=1$ tenga pendiente igual a $\dfrac{1}{2}$.

Ejercicio 7.- Dada $f(x)=\ln(x^2-60)$, hallar todos los x_0 pertenecientes al dominio de f tales que la pendiente de la recta tangente al gráfico de f en $(x_0,f(x_0))$ es igual a 4 .

Ejercicio 8.- Trazar el gráfico de una función continua $f:(0,10)\rightarrow \mathrm{R}$ que se ajuste a los datos de la siguiente tabla:

x	2	4	6	8
$f(x)$	1	5	2	-1
$f'(x)$	3	0	-2	1

Aplicaciones: Función de Costo Marginal

En Economía el adjetivo marginal se utiliza para indicar derivada. Por ejemplo, si $C(x)$ es la función de costo, el *costo marginal* es $C'(x)$.

Ejercicio 9.- Una empresa calcula que el costo de producción de x unidades de cierto artículo de consumo está dado por $C(x)=200+0,05x+0,001x^2$.

a) Hallar el costo y el costo marginal de producir 500, 1000 y 5000 unidades.

b) Comparar en cada caso con el costo de producir una unidad más.

Ejercicio 10.- Una empresa encuentra que el costo por producir x litros de un cierto producto químico está dado por $C(x)=3+x+\dfrac{10}{x}$. Comparar el costo marginal de producir diez litros con el costo de producir el undécimo litro.

Ejercicio 11.- La demanda de x unidades de cierto artículo de consumo viene dada por $p(x)=\sqrt{12000-2x}$. Hallar las funciones de demanda marginal, ingreso total e ingreso marginal.

Ejercicio 12.- Para las funciones de ingreso total que se dan a continuación hallar el ingreso marginal, la demanda y la demanda marginal

a) $R(x)=2x\sqrt{400-x}$ b) $R(x)=300x-2x^{\frac{3}{2}}$

Ejercicio 13.- Una empresa calcula que para vender x unidades de cierta mercancía el precio por unidad debe ser $p(x)=1800-2x$, donde $1\le x\le 100$. Suponiendo que el costo de fabricación de x unidades es $C(x)=1000+x+0{,}01x^2$, hallar

a) La función de ingreso total y de ingreso marginal.

b) La función de ganancia y de ganancia marginal.

Ejercicio 14.- La función de demanda de un producto es $p(x)=\dfrac{1000}{x+5}$.

a) Hallar la función de ingreso marginal y evaluarla en $x=45$.

b) ¿Cuál es el ingreso adicional por vender una unidad por encima de 45 unidades?

Ejercicio 15.- Las siguientes funciones representan la función de demanda para cierto producto, donde p denota el precio por unidad y x las unidades. Encontrar en cada caso la función de ingreso marginal.

a) $p(x)=\dfrac{108}{x+2}-3$ b) $p(x)=\dfrac{x+750}{x+50}$

Ejercicio 16.- Un fabricante determina que n trabajadores fabricarían un total de x unidades de un producto por día, donde $x(n)=\dfrac{10n^2}{\sqrt{n^2+19}}$. Si la ecuación de demanda para el producto es $p(x)=\dfrac{900}{x+9}$, determinar el ingreso marginal cuando $n=9$.

Ejercicio 17.- Cuando una empresa vendía cierta mercancía a 50 pesos por unidad, había una demanda de 1000 unidades a la semana. Después que el precio aumentó a 70 pesos, la demanda disminuyó a 800 unidades por semana. Suponiendo que la función de demanda p es lineal, encontrar la función de ingreso marginal.

Aplicaciones: Elasticidad de la Demanda

Si $p=D(q)$ es la función de demanda de un producto, se define el coeficiente de elasticidad η como $\eta=\left|\dfrac{D(q)}{qD'(q)}\right|$.

Se dice que la demanda es

i) *elástica*, si $\eta > 1$

ii) unitaria, si $\eta = 1$

iii) inelástica, si $\eta < 1$

Ejercicio 18.- Calcular la elasticidad de la demanda en los valores indicados, y determinar si la misma es elástica, unitaria, o inelástica.

a) $p = D(x) = -100x + 5000$, $x = 10$

b) $p = D(x) = \dfrac{1000}{x^2}$, $x = 19$

c) $p = D(x) = 150e^{-x/100}$, $x = 100$

Ejercicio 19.- La función de demanda para el producto de un fabricante es
$p = \dfrac{200}{\sqrt{6000 + 10x^2}}$

a) Calcular la elasticidad de la demanda cuando se producen 20 unidades.

b) Decidir si la misma es elástica, inelástica o unitaria.

Teorema del Valor Medio de Lagrange

Si una función f es continua en $[a,b]$ y derivable en (a,b), existe $c \in (a,b)$ tal que
$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$.

Consecuencias del Teorema del Valor Medio

Teorema
Si f es continua en un intervalo cerrado $[a,b]$, derivable en el abierto (a,b) y $f'(x) > 0$ en todo el abierto (a,b) , entonces f es *creciente* sobre todo el cerrado $[a,b]$.

Teorema
Si f es continua en un intervalo cerrado $[a,b]$, derivable en el abierto (a,b) y $f'(x) < 0$ en todo el intervalo abierto (a,b) , entonces f es *decreciente* sobre todo el intervalo cerrado $[a,b]$.

Corolario
Si f es continua en $[a,b]$, derivable en (a,b) y $f'(x) = 0$ para todo $x \in (a,b)$, entonces f es *constante* en $[a,b]$.

Ejercicio 20.- Dados los siguientes gráficos de funciones determinar

a) En qué puntos no existe la derivada de f .

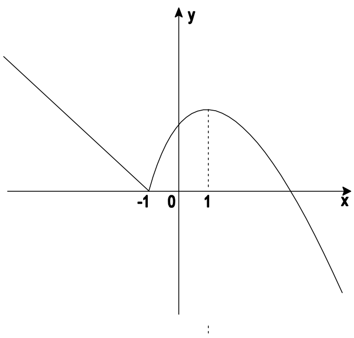
b) El conjunto $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) > 0\}$

c) El conjunto $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) < 0\}$

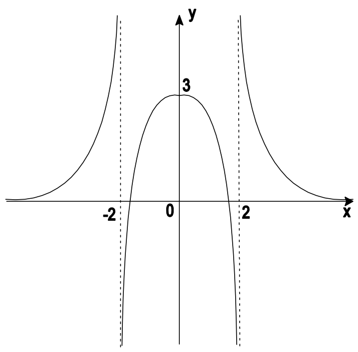
d) El conjunto $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) = 0\}$

e) Los máximos y mínimos de f .

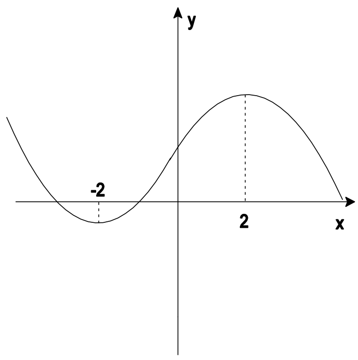
i)



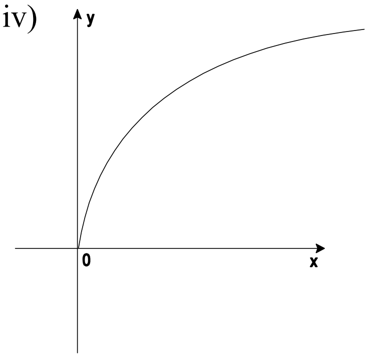
ii)



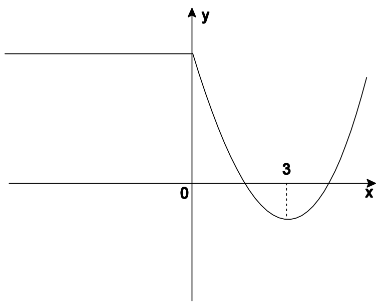
iii)



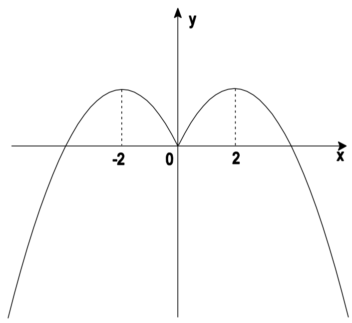
iv)



v)



vi)



Ejercicio 21.- Para las siguientes funciones, hallar los intervalos de crecimiento, de decrecimiento, los máximos y mínimos relativos y hacer un gráfico aproximado

$f_1(x) = 2x + 3$ $\qquad$ $f_2(x) = -5x + 2$ $\qquad$ $f_3(x) = x^2 - 4x$

$f_4(x) = x^2 + 3x + 2$ $\qquad$ $f_5(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ $\qquad$ $f_6(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$

$f_7(x) = x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 8$ $\qquad$ $f_8(x) = x^6 - 6x^4$ $\qquad$ $f_9(x) = 6x^3(x-1)^2$

Ejercicio 22.- En cada uno de los siguientes casos, hallar el dominio de f, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales. Hacer un gráfico aproximado de f.

$f_1(x) = xe^{-x}$ $\quad$ $f_2(x) = 2xe^{5x}$ $\quad$ $f_3(x) = x^2e^{-2x}$

$f_4(x) = 3xe^{x^2}$ $\quad$ $f_5(x) = x\ln x$ $\quad$ $f_6(x) = \dfrac{x}{\ln x}$

$f_7(x) = x^2\ln(3x)$ $\quad$ $f_8(x) = x\ln\left(x^2\right)$ $\quad$ $f_9(x) = (x+2)\ln(2x+4)$

Ejercicio 23.- En cada uno de los siguientes casos, hallar el dominio de f, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos locales y las asíntotas verticales y horizontales. Con los datos obtenidos hacer un gráfico aproximado de f.

$f_1(x) = x^3 + \dfrac{48}{x}$ $\quad$ $f_2(x) = 3x + 1 - \dfrac{4}{(-3x+1)^2}$ $\quad$ $f_3(x) = x^{\frac{2}{3}}\left(x^2 - 8\right)$

$f_4(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x+5}}$ $\quad$ $f_5(x) = e^{-x^2}$ $\quad$ $f_6(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$

$f_7(x) = \dfrac{1-x^2}{x^2-4}$ $\quad$ $f_8(x) = \ln(3x+4)$ $\quad$ $f_9(x) = \ln(x^2-9)$

Ejercicio 24.- Trazar el gráfico de una función f que satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones y decir para qué puntos f alcanza extremos relativos y decidir si son máximos o mínimos.

a) 1) $f'(x) > 0$ en $(3,8)$.
   2) $f'(x) < 0$ en $(-\infty,1)\cup(1,3)\cup(8,+\infty)$.
   3) $f'(3) = f'(8) = 0$.
   4) f tiene una asíntota vertical en $x = 1$.
   5) La recta $y = -4$ es asíntota horizontal en $+\infty$.
   6) La recta $y = 2$ es asíntota horizontal en $-\infty$.

b) 1) $\mathrm{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
   2) $f'(x) > 0$ en $(-2,0)\cup(2,+\infty)$.
   3) $f'(x) < 0$ en $(-\infty,-2)\cup(0,2)$.
   4) $f'(x) = 0$ en $x = -2$ y en $x = 2$.
   5) f tiene una asíntota vertical en $x = 0$.
   6) f no tiene asíntotas horizontales.

Ejercicio 25.- Probar que la ecuación

a) $1-2x^3-\ln(3x+1) \quad =0$, ($x \geq 0$) tiene exactamente una solución positiva.

b) $-3e^{-4x^2}+2=0$ tiene exactamente dos raíces en el intervalo $[-1,1]$.

(*)Ejercicio 26.- *Estudiar la función dada en el intervalo indicado: Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos y absolutos*

a) $f(x)=-x^2+6x$ *en* $[1,4]$

b) $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ *en* $[-1,8]$

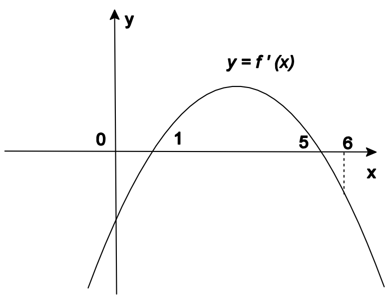
c) $f(x)=x^{\frac{5}{3}}(x^2-1)$ *en* $[-1,1]$

d) $f(x)=x^3-6x^2+2$ *en* $[-3.2]$

e) $f(x)=\begin{cases} 4x+12 & , -5 \leq x \leq -2 \\ x^2 & , -2 < x \leq 1 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} x e^{2x} & , -2 \leq x \leq 0 \\ x e^{-3x} & , 0 < x \leq 2 \end{cases}$

Ejercicio 27.- Sea $f:[0,6] \to \mathbb{R}$ una función derivable tal que el gráfico de su derivada $f'(x)$ es el que se muestra



a) Hallar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

b) Ubicar los máximos y mínimos locales de f .

Ejercicio 28.- Una empresa calcula que para vender x unidades de cierta mercancía el precio por unidad debe ser $p(x)=1800-2x$ donde $1 \leq x \leq 100$. Suponiendo que el costo de fabricación de x unidades es $C(x)=100+x+0,01x^2$, hallar

a) La función de ingreso total.
b) La función de ganancia.
c) El número de unidades para el cual la ganancia es máxima.
d) La ganancia máxima.

Ejercicio 29.- La ecuación de demanda para el producto de un monopolista es $p(x) = 400 - 2x$ y la función de costo es $C(x) = 0,2x^2 + 4x + 400$, donde x es el número de unidades.

a) Determinar el nivel de producción en el que se maximizan las ganancias.

b) Determinar el precio en el que ocurren las ganancias máximas.

c) Determinar las ganancias máximas.

d) Si el gobierno fija un impuesto de $\$22$ por unidad, ¿cuál es el nuevo precio para la maximización de las ganancias?

e) Si el gobierno impone una cuota por licencia de $\$100$ al fabricante, como un gravamen fijo independiente de cuál sea la producción, demostrar que el precio y la producción que maximizan las ganancias no varían. Verificar que las ganancias disminuirán.

Ejercicio 30.- Un fabricante planea colocar un cerco en un área rectangular de almacenamiento de $10800m^2$ adyacente a un edificio, utilizando a éste como uno de los lados del área que se debe cercar. La reja que corre paralela al edificio queda frente a una carretera y costará $\$3$ por cada metro instalado, en tanto que la reja para los otros dos lados cuesta $\$2$ por metro instalado.

a) Encontrar la cantidad de cada tipo de reja para que los costos totales sean mínimos.

b) ¿Cuál es el costo mínimo?

(*)Ejercicio 31.- *Para las siguientes funciones, hallar los intervalos de concavidad, de convexidad y los puntos de inflexión*

$f_1(x) = 2x + 3$ $\qquad$ $f_2(x) = x^2 - 4x$ $\qquad$ $f_3(x) = -x^2 + 4x$

$f_4(x) = x^3 - 6x^2 + 4x - 1$ $\qquad$ $f_5(x) = x^4 - 2x^3 - 12x^2 - 23x + 6$ $\qquad$ $f_6(x) = \sqrt[3]{x^5}$

$f_7(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ $\qquad$ $f_8(x) = xe^{2x}$ $\qquad$ $f_9(x) = 2x^2 + \ln x$

(*)Ejercicio 32.- *Trazar el gráfico de una función continua f que satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones*

a) *1)* $f(-2) = 2$

2) $f'(-2) = 1$

3) $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) > 0\} = \mathbb{R}$

4) $\{x \in \mathbb{R} / f''(x) < 0\} = (-\infty, -2)$

5) $\{x \in \mathbb{R} / f''(x) > 0\} = (-2, +\infty)$

b) *1)* $f(3)=2$

2) $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) < 0\} = (-\infty, 3)$

3) $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) > 0\} = (3, +\infty)$

4) $\{x \in \mathbb{R} / f'(x) < 0\} = \mathbb{R} - \{3\}$

EJERCICIOS SURTIDOS

Ejercicio 1.- Hallar los valores de a y b para que $y = 2x$ sea la recta tangente al gráfico de $f(x) = x^2 + ax + b$ en el punto $(2,4)$.

Ejercicio 2.- Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x)$ en el punto de abscisa x_0 , para

a) $f(x) = \ln(6x-6)$, en $x_0 = 3$

b) $f(x) = 6e^{2\sqrt{x}-6} + x^2 - 2$, en $x_0 = 9$

Ejercicio 3.- Hallar los puntos de abscisa $x = x_0$ en los cuales la recta de ecuación $y = 5x + 12$ es tangente al gráfico de $f(x) = x^3 - 7x - 4$.

Ejercicio 4.-Las siguientes funciones son funciones de costo de un producto. Hallar la función de costo marginal y el costo marginal para los valores dados de x_0 .

i) $C(x) = 7\,000e^{\frac{x}{700}}$, $x_0 = 350$; $x_0 = 700$

ii) $C(x) = 850 + 4\,000e^{\frac{2x+6}{800}}$, $x_0 = 97$; $x_0 = 197$

(*)Ejercicio 5.- *La función de demanda de cierto producto es* $p = D(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3x+100}}$.
Calcular el coeficiente de elasticidad para $x = 100$ *, y decidir si para este valor la demanda es elástica, inelástica o unitaria.*

Ejercicio 6.- Si $R(q) = 5q\sqrt{2\,500 - 4q}$ es la función de ingreso total cuando hay una demanda de q unidades de cierto producto, hallar la función de ingreso marginal.

Ejercicio 7.- Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x) = 2e^{\operatorname{sen}(4x)}$ en $x = 0$.

Ejercicio 8.- La función de oferta de cierto producto es $p = O(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{3x^2+4}}$. Hallar la función de oferta marginal.

Ejercicio 9.- La función de demanda de cierto artículo viene dada por $p = D(q) = 100 - 0{,}4q$ donde p es el precio por unidad y q la cantidad demandada. Hallar q para que el ingreso marginal sea igual a 20 .

Ejercicio 10.- Marcar la única opción correcta.

a) Si $f(x)=3x+5$ y $g(x)=\dfrac{1}{x+2}$, entonces $(g\circ f)'(x)$ vale

□ $\dfrac{3}{3x+5}$ □ $\dfrac{3}{3x+7}$ □ $\dfrac{-3}{(3x+7)^2}$ □ $3\ln(3x+7)$

---

b) Si $f(x)=a+(2+bx)^2$; $f(0)=5$ y $f'(0)=\dfrac{1}{2}$ entonces

□ $a=1$, $b=\dfrac{1}{8}$ □ $a=3$, $b=\dfrac{1}{4}$ □ $a=3$, $b=\dfrac{1}{8}$ □ $a=1$, $b=\dfrac{1}{4}$

(*)c) La derivada de $f(x)=x^{-x}$ *es* $f'(x)=$

□ $x^{-x}(1+\ln x)$ □ $-xx^{x-1}$ □ $-x^{-x}(1+\ln x)$ □ x^{-x}

---

d) La pendiente de la recta tangente al gráfico de $f(x)=\ln(x^2-4)$ en el punto de abscisa $x=4$ es igual a

□ $\dfrac{2}{3}$ □ $\dfrac{1}{12}$ □ $\dfrac{1}{8}$ □ 0

---

e) Si la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f(x)$ en $x_0=1$ es $y=3x-1$ entonces $f(1)=$

□ -1 □ 2 □ 0 □ 3

---

f) Si la función de demanda es $D(x)=\sqrt{125-x^2}$, el ingreso marginal para 5 unidades es

□ 7,5 □ 12,5 □ 50 □ 25

(*)g) El coeficiente de elasticidad de la demanda D_1 *es* $\eta_1=5$ *y el coeficiente de elasticidad de la demanda* D_2 *es* $\eta_2=0{,}3$ *. Entonces*

□ D_1 *es elástica y* D_2 *es elástica* □ D_1 *es elástica y* D_2 *es inelástica*

□ D_1 *es inelástica y* D_2 *es elástica* □ D_1 *es inelástica y* D_2 *es inelástica*

Ejercicio 11.- Hallar $a\in\mathbb{R}$ para que el valor mínimo de la función $f(x)=x^2+2x+a$ sea igual a 8 .

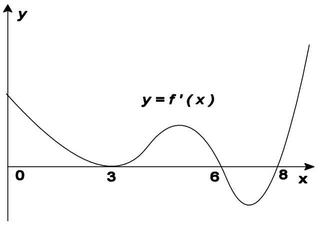
Ejercicio 12.- Hallar a y b para que $f(x)=x^2+ax+b$ tenga un mínimo en $(3,-1)$.

Ejercicio 13.- Hallar a , b , c y d para que la función $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ tenga máximo en $(-2,-4)$ y mínimo en $(-1,-6)$.

Ejercicio 14.- Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y los extremos relativos de las funciones

a) $f(x)=\dfrac{(4x-3)^2}{3x-4}$ b) $f(x)=\dfrac{3}{x^2-8}$

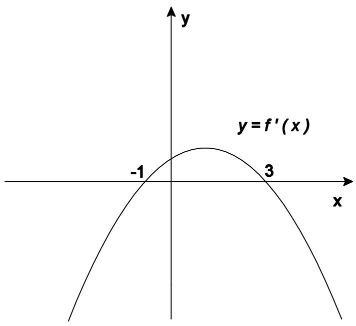
Ejercicio 15.- Sea $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ continua en $[0,+\infty)$ y derivable en $(0,+\infty)$ tal que el gráfico de su derivada $f':\ (0,+\infty)\to\mathbb{R}$ es



a) Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

b) Decidir, justificando la respuesta, si los puntos $x=0$, $x=3$, $x=6$ y $x=8$ son extremos locales de f.

Ejercicio 16.- El gráfico dado corresponde a $f'(x)$, la función derivada de $f(x)$.



a) Dar los intervalos de crecimiento, de decrecimiento y las abscisas de los extremos relativos de $f(x)$.

b) Decir si dichos extremos son máximos o mínimos.

Ejercicio 17.-

a) Hallar el valor de $a\in\mathbb{R}$ para que la función $f(x)=e^{a(x+1)}+2x+1$ tenga un extremo relativo en $x_0=-1$.

b) Para el valor hallado de a, decidir si este extremo es un máximo o un mínimo. Justificar.

Ejercicio 18.- La ecuación de demanda correspondiente a cierto producto es $p=D(q)=465-2q$ y la función de costo es $p=C(q)=0{,}3q^2+5q+400$, siendo p el precio y q la cantidad de unidades. Determinar el precio para el cual las ganancias por ventas de ese producto son máximas.

Ejercicio 19.- Hallar el dominio, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los extremos relativos, *(*)los intervalos de concavidad y de convexidad y los puntos de inflexión* de $f(x)=4xe^{3x-2}$.

Ejercicio 20.- La función de ingreso por las ventas de q unidades de un producto es $I(q) = 6q\sqrt{600-2q}$

a) Hallar qué cantidad hay que vender para que el ingreso sea máximo.

b) Decir para qué valores de q el ingreso es creciente.

Ejercicio 21.- Marcar la única opción correcta

a) El máximo absoluto de $f(x) = x^3 - 3x$ para $x \in [0,2]$ se alcanza en $x =$

☐ 1 ☐ 0 ☐ 2 ☐ -1

(*)b) La función $f(x) = e^{-x^2}$ *es cóncava hacia arriba en el intervalo*

☐ $(0,1)$ ☐ $(-2,-1)$ ☐ $(-1,0)$ ☐ $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

---

c) La ganancia marginal es $G'(x) = (x^2 - 100)e^x$. Entonces la ganancia es decreciente en el intervalo

☐ $(0,10)$ ☐ $(5,20)$ ☐ $(10,30)$ ☐ $(7,40)$

---

d) La cantidad de raíces de la ecuación $x^5 - 15x^3 + 4 = 0$ es

☐ 3 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 0

---

e) Si $f(x) = xe^{3x}$ entonces $f(x)$ es creciente en

☐ $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)$ ☐ $(-\infty,-1)$ ☐ $\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$ ☐ $(-1,+\infty)$

---

f) La función derivada de $f(x)$ es $f'(x) = \dfrac{2(x-1)(x+1)}{x}$. Entonces $f(x)$ tiene

☐ Un máximo en 1 y un máximo en -1 ☐ Un máximo en 1 y un mínimo en -1

☐ Un mínimo en 1 y un máximo en -1 ☐ Un mínimo en 1 y un mínimo en -1

---

g) La recta tangente al gráfico de $f(x)$ en $x_0 = 2$ es $y = 3x - 1$, entonces $f(2)$ es

☐ 3 ☐ -1 ☐ 5 ☐ Los datos no alcanzan para calcular $f(2)$
