

**PRACTICA 5**  
**REGLA DE L'HÔPITAL – POLINOMIO DE TAYLOR**

**Ejercicio 1.-** Calcular los siguientes límites

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 + x^2 - 2x - 8}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - x + 1}{x^2 - 5x + 4}$

e)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{5x+2} + 2}{(x+2)^2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{x^2}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x}$

h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{e^{1-x} + x - 2}$

(\* i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2}$

(\* j)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x)}{\operatorname{sen}(x)}$

(\* k)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{sen}(6x)}{1 - \cos(3x)}$

(\* l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen}(x)}{x^2}$

**Ejercicio 2.-** Calcular los siguientes límites

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x^3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 2x + 4}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xe^{2x-4} + x^2 - 6}{5x - 10}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{\sqrt{5x+4} - 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^2 - 1) + x^2}{x^2 + x + 1}$

**Ejercicio 3.-** Determinar si la función  $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \frac{\ln(4x^2 + 1)}{3x^2}$  tiene una asíntota vertical en  $x = 0$ .

**Ejercicio 4.-** Calcular  $a \in \mathbb{R}$  de modo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - 3x^2 - xe^{-3x}}{ax^3} = 3$

**Ejercicio 5.-** Hallar las asíntotas de  $f(x) = \frac{5-x}{\ln(x-4)}$  ( $x > 4$ )

**Ejercicio 6.-** Hallar  $a \in \mathbb{R}$  para que  $f$  sea continua en  $x_0 = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(5x^2 + 2x + 1)}{4x} & , \text{ si } x \neq 0 \\ a & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 7.-** Para las siguientes funciones, obtener el polinomio de Taylor de orden 1 y de orden 2 en los puntos indicados:

a)  $f(x) = e^{3x}$ , en  $x_0 = 0$

b)  $f(x) = \frac{4+x}{2-x}$ , en  $x_0 = 0$

(\*) c)  $f(x) = 1 - x + \cos(2x)$ , en  $x_0 = 0$

d)  $f(x) = \ln(2x-1)$ , en  $x_0 = 1$

e)  $f(x) = \sqrt{3x-2}$ , en  $x_0 = 2$

f)  $f(x) = xe^{-2x}$ , en  $x_0 = 0$

**Ejercicio 8.-** Calcular el polinomio de Taylor  $P(x)$  de orden 3 en  $x_0$  y aproximar  $f(x_1)$ :

a)  $f(x) = \sqrt{100+x}$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$

b)  $f(x) = \ln(1+2x)$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 0,1$

c)  $f(x) = x + e^{2x-2}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 1,1$

(\*) d)  $f(x) = 4\text{sen}(x/2) + \cos(x/2)$ ,  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 1$

## EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3x + 3)}{e^{2x-4} - 1}$

(\*) **Ejercicio 2.-** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x - e^x + 1}{x^2}$

**Ejercicio 3.-** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^x + x - 4}{\ln(1+2x)}$

(\*) **Ejercicio 4.-** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos x - e^{-2x} - 1}{\ln(2x+1) - 2x}$

**Ejercicio 5.-** Calcular  $f'(5)$  si  $f(x) = \begin{cases} 3e^{x-5} - x + 2 & , \text{ si } x \neq 5 \\ 2 & , \text{ si } x = 5 \end{cases}$

**Ejercicio 6.-** Calcular  $f'(0)$  si  $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } x}{x} & \text{ si } x \neq 0 \\ 1 & \text{ si } x = 0 \end{cases}$

**Ejercicio 7.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida como  $f(x) = \begin{cases} \frac{a(e^{ax} - 1)}{x} & , \text{ si } x \neq 0 \\ a^2 & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$

Hallar  $a \in \mathbb{R}$  para que  $f'(0) = -4$

**Ejercicio 8.-** Hallar  $a \in \mathbb{R}$  de manera que  $f(x) = \begin{cases} \frac{3e^{ax} + 2x - 3}{x} & , \text{ si } x \neq 0 \\ 7 & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$  sea continua en  $x = 0$ .

(\*)**Ejercicio 9.-** Hallar  $a \in \mathbb{R}$  de manera que

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cos x - \text{sen } x}{2x^3} & \text{ si } x \neq 0 \\ a & \text{ si } x = 0 \end{cases} \text{ sea continua en } x = 0.$$

**Ejercicio 10.-** Hallar todos los  $a \in \mathbb{R}$  que verifican  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^{2a-1} + x^a - 2x^3 - 2}{x^2 - 1} = 13$

**Ejercicio 11.-** Estudiar las siguientes funciones: Hallar dominio, ecuaciones de las asíntotas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, máximos y mínimos relativos, intervalos de concavidad y convexidad, puntos de inflexión y hacer un gráfico aproximado

$$f_1(x) = \frac{e^{-x}}{x} \qquad f_2(x) = \frac{3x-9}{e^x}$$

**Ejercicio 12.-** Hallar dominio, ecuaciones de las asíntotas, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, máximos y mínimos relativos y hacer un gráfico aproximado de  $h = f \circ g$  donde  $f(x) = \ln x$  y  $g(x) = x^2 - 1$ .

**Ejercicio 13.-** Marcar la única opción correcta

a) El  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(\sqrt{1+6x})}{x}$  es igual a

3

6

$\frac{1}{2}$

1

---

b) El  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 5x - 1}{x^2 - 4}$  es igual a

0

$\frac{25}{2}$

$\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}$

---

c) Las ecuaciones de todas las asíntotas de  $f(x) = \frac{3x^2 + 9x + 6}{(x-5)(x+1)}$  son

$x = 5$  ;  $x = -1$

$x = 5$  ;  $x = -1$  ;  $y = 3$

$x = -1$  ;  $y = 0$

$x = 5$  ;  $y = 3$

---