

**PRACTICA 7**  
**SUCESIONES Y SERIES**

**Ejercicio 1.-** Para las siguientes sucesiones, escribir el término 35

a)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

b)  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

c)  $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \dots$

d)  $1, 0, -1, 1, 0, -1, \dots$

e)  $1, 5, 9, 13, 17, \dots$

f)  $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{2}{81}, \dots$

**Ejercicio 2.-** Escribir los cinco primeros términos de

a)  $a_n = 100 + 20(n-1)$

b)  $a_n = \frac{3}{2^{n+1}}$

c)  $a_n = 1$  ;  $a_{n+1} = a_n + 4$  ,  $n \geq 1$

d)  $a_1 = 2$  ;  $a_{n+1} = \frac{a_n}{3}$  ,  $n \geq 1$

**Ejercicio 3.-** Escribir el término general o término enésimo de las sucesiones

a)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

b)  $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

c)  $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \dots$

d)  $a_n = 1$  ;  $a_{n+1} = a_n + 4$  ,  $n \geq 1$

e)  $a_1 = 2$  ;  $a_{n+1} = \frac{a_n}{3}$  ,  $n \geq 1$

**Progresiones aritméticas**

Una sucesión  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  se llama *progresión aritmética* si cada término se obtiene sumándole al anterior una misma cantidad fija  $d$  llamada *diferencia*. Es decir

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

...

$$a_{n+1} = a_n + d$$

El término general de una progresión aritmética es  $a_n = a_1 + (n-1)d$

**Ejercicio 4.-** Decidir cuáles de las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas

a)  $3, 7, 11, 15, 19, \dots$

b)  $-25, -20, -15, -10, -5, \dots$

c)  $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4}, \dots$

d)  $\frac{4}{4}, \frac{4}{5}, \frac{4}{6}, \frac{4}{7}, \frac{4}{8}, \dots$

e)  $100, 97, 94, 91, 88, \dots$

f)  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 5n$

**Ejercicio 5.-**a) En cada caso, hallar la progresión aritmética  $a_n$  que verifica:

i)  $a_{11} = 350, a_{21} = 500$

ii)  $a_3 = 8, a_5 = 6$

iii)  $a_7 = 10, a_{10} = 5$

b) En una progresión aritmética  $a_2 = 15$  y  $a_6 = -5$ . Calcular  $a_3 + a_8$ .c) Hallar una progresión aritmética sabiendo que  $a_3 = 14$  y que la suma de sus dos primeros términos es igual a 10.**Ejercicio 6.-** El alquiler de una casa de veraneo cuesta: \$120 el primer día, y \$75 los restantes días.a) ¿Cuál es el precio de  $n$  días de alquiler?

b) Si se pagaron \$1.845, ¿de cuántos días fue el alquiler?

**Ejercicio 7.-** En un contrato, la penalización por demora en el cumplimiento del mismo por alguna de las partes va en progresión aritmética, de \$100 si la demora es de un día, a \$800 si la demora es de 15 días. ¿Cuál es la penalización por 2 días de demora?**Progresiones geométricas**Una sucesión  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  se llama *progresión geométrica* si cada término se obtiene multiplicando el anterior por un número fijo  $r$  llamado *razón*. Es decir:

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r$$

...

$$a_{n+1} = a_n r$$

El término general de una progresión geométrica es  $a_n = a_1 r^{n-1}$

**Ejercicio 8.-** Decidir cuáles de las siguientes sucesiones son progresiones geométricas

a)  $2, 4, 8, 16, 32, \dots$

b)  $2.000, 200, 20, 2, 0.2, \dots$

c)  $3, 6, 12, 24, 42, \dots$

d)  $\frac{5}{3}, \frac{5}{9}, \frac{5}{27}, \frac{5}{81}, \frac{5}{243}, \dots$

e)  $\frac{5}{3}, -\frac{5}{9}, \frac{5}{27}, -\frac{5}{81}, \frac{5}{243}, \dots$

f)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

g)  $3, 6, 9, 12, 15, \dots$

h)  $a_1 = 1, a_{n+1} = 2^n a_n$

**Ejercicio 9.-** En una progresión geométrica  $a_1 = 5, a_4 = 135$ . Calcular el término general  $a_n$ .

**Ejercicio 10.-**

a) En cada caso, hallar la progresión geométrica  $a_n$  que verifica:

i)  $a_3 = 16, a_6 = 1,024$     ii)  $a_2 = 10, a_4 = 360$     iii)  $a_4 = -\frac{40}{27}, a_7 = \frac{320}{729}$

b) Calcular la suma de los diez primeros términos de las progresiones obtenidas

c) En una progresión geométrica  $a_2 = \frac{3}{10}$  y  $a_5 = \frac{81}{80}$ . Calcular  $a_3 \cdot a_6$ .

**Ejercicio 11.-** Se toma una hoja de papel de  $30 \text{ cm}$  de alto por  $20 \text{ cm}$  de ancho y  $0,1 \text{ mm}$  de espesor.

a) Calcular el área de la hoja.

b) Se dobla la hoja por la mitad, ¿Cuál es el área y el espesor?

c) Se vuelve a doblar...Si se pudiera doblar  $50$  veces (hacer la prueba de doblarla más de  $8$  veces), ¿con cuál de las siguientes dimensiones sería comparable el espesor obtenido?

- Grosor de una guía telefónica ( $10 \text{ cm}$ )
- Altura de una habitación ( $3 \text{ m}$ )
- Altura del monte Everest ( $8880 \text{ m}$ )
- Distancia de la Tierra a la Luna ( $350 \text{ mil km}$ )
- Distancia de la Tierra al Sol ( $14,4 \text{ millones de km}$ )

d) Luego de haber contestado, hallar las sucesiones que dan el área y el espesor en cada doblez. Estimar el área y el espesor obtenidos con  $50$  dobleces.

**Ejercicio 12.-** La población mundial es de unos 6500 millones de habitantes. Se estima que crece a un ritmo del 2% anual.

- Escribir la población estimada para los próximos 5 años.
- Comprobar que se obtiene una progresión geométrica. ¿De qué razón?
- ¿Cuántos años tardará en duplicarse si se mantiene el mismo ritmo de crecimiento?

**Ejercicio 13.-** El Banco BXT ofrece el 2% de interés mensual para depósitos de plazo fijo a 30 días. Si se depositan \$3.500 y llamamos  $M_n$  al monto al cabo de  $n$  meses,

- Calcular  $M_1$ ,  $M_5$  y  $M_n$ .
- Comprobar que  $M_n$  es una progresión geométrica.
- Calcular su razón.
- ¿Cuántos meses hay que esperar para obtener un monto mayor a \$10.000?

**Ejercicio 14.-** ¿Cuál es la tasa de interés mensual de un capital de \$5.000, capitalizado mensualmente a interés compuesto, si al cabo de 6 meses se obtiene un monto de \$6.700?

**Ejercicio 15.-** Hallar el término general de cada una de las siguientes series:

- |  |   |
|--|---|
| a) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots$ | b) $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$   |
| c) $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots$                  | d) $1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{7}\right)^2 + \dots$ |
| e) $\frac{3}{5} + \frac{4}{10} + \frac{5}{15} + \dots$                     | f) $-2 + \frac{3}{2} - \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \dots$   |
| g) $9 + 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots$                         | h) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \dots$                                  |
| i) $1 + x + x^2 + x^3 + \dots$   | j) $2 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{8} + \dots$                                    |

**Ejercicio 16.-** Le ofrecen el siguiente trato: Durante treinta días consecutivos recibirá cien mil pesos por día, con la condición de que en el mismo período tendrá que ir pagando un centavo el primer día, dos el segundo, cuatro el tercero, ocho el cuarto y así sucesivamente. ¿Acepta el trato?

**Ejercicio 17.-** Analizar la convergencia y calcular la suma de las siguientes series

- |  |  |   |
|--|--|---|
| a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ | b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{6^n}$ | c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{3^n}$ |
|--|--|---|

d) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3^{n+1}}$$

e) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+2}}{5^{n-1}}$$

f) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{n+2}}{3^n}$$

g) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^{n+2}}{3^{2n}}$$

h) 
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{7^{n+2}}{3^{2n}}$$

i) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3}{2^{n-1}} + \frac{2}{5^{n+1}} \right)$$

j) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} + 3^{2n+1}}{4^{2n}}$$

k) 
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+1} + 2^{2n-1}}{4^n}$$

l) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} - 3^{3n+1}}{4^{3n+1}}$$

### Ejercicio 18.-

a) ¿Cuántos términos de la progresión  $9^n$  habrá que sumar para que el resultado sea mayor que un billón?

b) Misma pregunta para  $(0,9)^n$ . Justificar.

c) Hallar el valor de  $a$  para que  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{9^{n-1}} = 81$ .

### EJERCICIOS SURTIDOS

**Ejercicio 1.-** De una progresión geométrica  $a_n$  se sabe que  $a_3 = 80$  y que  $a_6 = -10$ . ¿Cuánto valen  $a_8$  y  $a_2$ ?

**Ejercicio 2.-** Algunos términos de una sucesión son  $a_3 = -\frac{3}{8}$ ,  $a_5 = -\frac{27}{32}$ ,  $a_8 = \frac{729}{256}$ .

a) ¿Puede tratarse de una progresión geométrica?

b) ¿Y de una progresión aritmética?

**Ejercicio 3.-** La sucesión  $a_n$  está en progresión geométrica. Calcular  $a_{10}$  si se sabe que  $a_4 = 18$  y  $a_7 = \frac{9}{4}$ . Justificar.

**Ejercicio 4.-** Marcar la única opción correcta.

**Ejercicio 5.-** Estudiar la convergencia de la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4^{n+1}}{5^n}$  y si es posible hallar su suma.

**Ejercicio 6.-** Determinar si la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{n+3}}{5^{n-3}}$  es convergente y, en caso afirmativo, calcular su suma.

**Ejercicio 7.-** Estudiar la convergencia de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{5^{n-1}}$  y, si es posible, calcular su suma.

**Ejercicio 8.-** Marcar la única opción correcta

a) Si  $a_n$  es una progresión aritmética tal que  $a_4 = -4$  y  $a_{10} = -2$ , entonces  $a_{16} =$

- 5                        $\frac{1}{3}$                         $-\frac{14}{3}$                        0
- 

b) En una progresión geométrica  $a_4 = 2$ ,  $a_6 = 4$  y  $r > 0$ . Entonces  $r$  es igual a

- 4                       6                       2                        $\sqrt{2}$
- 

c) La suma de la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^{n+1}}$  es igual a

- 1                        $\frac{3}{4}$                        4                        $+\infty$
-