

Práctica 1

Números reales

Ejercicio 1. Representar en la recta real:

- a) Todos los números enteros x tales que $x(x - 1) = 0$.
- b) Todos los números naturales x tales que $x^2 - 16 = 0$.
- c) $\{x \in \mathbb{R} / (5 - 2x)(x^2 - 9) = 0\}$
- d) $\{x \in \mathbb{N} / x^2 - 6x + 9 = 0\}$
- e) $\{x \in \mathbb{R} / x^3 - 6x^2 + 9x = 0\}$
- f) $\{x \in \mathbb{R} / x^2 + 10 = 0\}$

Ejercicio 2.

a) En cada caso, decidir si los números a y b pertenecen al conjunto C :

- | | | |
|---|----------|----------|
| i) $C = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 2 < 4\}$ | $a = 5$ | $b = 0$ |
| ii) $C = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 8\}$ | $a = -3$ | $b = 4$ |
| iii) $C = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 25 > 0\}$ | $a = 0$ | $b = 5$ |
| iv) $C = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - x > 10\}$ | $a = 5$ | $b = -1$ |
| v) $C = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{2} - x \leq \frac{1-x}{4} - 3\right\}$ | $a = 9$ | $b = 4$ |

b) En cada caso, dar dos números que pertenezcan y dos que no pertenezcan a A :

- i) $A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 4\}$
- ii) $A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 > 5\}$

Ejercicio 3. Escribir cada conjunto como intervalo, unión de intervalos disjuntos o por extensión y representarlo en la recta real:

- a) El conjunto A de todos los números reales menores que 2.
- b) El conjunto B de todos los números reales mayores o iguales que -1 .
- c) El conjunto C de todos los números enteros mayores que -3 y menores o iguales que 7.
- d) El conjunto D de todos los números reales mayores que -3 y menores o iguales que 7.
- e) El conjunto E de todos los números reales que no son menores que 5.
- f) $F = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$
- g) $G = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \text{ y } x < 5\}$

h) $H = \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \text{ y } x \geq 1\}$

i) $I = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 1 \text{ y } x \geq 3\}$

j) $J = \{x \in \mathbb{R} / x < -1 \text{ ó } x \geq 5\}$

k) $K = \{x \in \mathbb{R} / x < 3 \text{ ó } x > 0\}$

Ejercicio 4. Escribir en cada caso el conjunto resultado como intervalo, unión de intervalos disjuntos o por extensión y representarlo en la recta real:

a) $A = (-1; 5) \cup [4; 7, 3]$ b) $B = [-2; 3, 5] \cap (0; 4)$ c) $C = [-2; 4] - (0; 6)$

d) $D = (-\infty; 4] \cap (0; +\infty)$ e) $E = \{1; 2; 4; 5\} \cap \left(\frac{4}{3}; \frac{9}{2}\right)$ f) $F = \left(-2; \frac{31}{3}\right) - (0; 6)$

g) $G = \mathbb{N} \cap (1, 5; 7)$ h) $H = (-\infty; 3) \cap [3; +\infty)$ i) $I = (-\infty; 3] \cup [3; +\infty)$

Ejercicio 5. Escribir en cada caso el conjunto dado como intervalo, unión de intervalos disjuntos o por extensión y representarlo en la recta real:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} / 5 + x < -x + 3\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{R} / 8 - 2x < 3\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{R} / 3x - 2 \leq 3x + 5\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} / 5 - x < -x + 3\}$

e) $E = \left\{x \in \mathbb{R} / \frac{x-1}{2} - x < \frac{1-x}{4} - 3\right\}$

f) $F = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x < 4\} \cap \mathbb{Z}$

g) $G = \{x \in \mathbb{R} / 2x - 1 < 0\} \cap \{x \in \mathbb{R} / 3x + 2 \leq -x - 5\}$

h) $H = \left\{x \in \mathbb{R} / 5x - 3 > \frac{1}{2} - x\right\} \cup \{x \in \mathbb{R} / 3 < 2x - 1 \leq 7\}$

i) $I = \{x \in \mathbb{R} / 3 < 2x - 1 \leq 7\} - \{x \in \mathbb{R} / -11 \leq 1 - 3x < -2\}$

Ejercicio 6. Representar en la recta real cada uno de los siguientes conjuntos. Escribir en cada caso el conjunto dado como intervalo, unión de intervalos disjuntos o por extensión:

a) El conjunto A de todos los números reales que están a distancia 3 del 0.

b) El conjunto B de todos los números reales cuya distancia al 0 es menor o igual que 5.

c) El conjunto C de todos los números reales cuya distancia al 3 es mayor que 2.

d) $D = \{x \in \mathbb{R} / |x| = 4\}$

e) $E = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 3\}$

f) $F = \{x \in \mathbb{R} / |x| = -2\}$

g) $G = \{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 5\}$

h) $H = \{x \in \mathbb{R} / |x + 3| - 5 = -2\}$

Ejercicio 7.

a) Representar en el plano los siguientes puntos:

$$P = (3, 1); Q = (-4, 2); R = (0, 2); S = (-1, 0); T = \left(5, \frac{1}{2}\right) \text{ y } U = \left(-\frac{3}{2}, -2\right).$$

b) Para los puntos del ítem anterior, hallar las coordenadas de sus simétricos con respecto al eje x y al eje y y representarlos en el plano.

Ejercicio 8. Representar en el plano los siguientes conjuntos:

- a) El conjunto A de puntos de abscisa 8.
- b) El conjunto B de puntos de abscisa positiva o nula.
- c) El conjunto C de puntos de abscisa y ordenada positiva.
- d) El conjunto D de puntos de ordenada mayor o igual que -1 y menor que 5 .

Ejercicio 9.

a) Hallar la distancia entre los puntos P y Q en cada caso:

- i) $P = (3, 2), Q = (7, 5)$
- ii) $P = (-1, 0), Q = (3, -2)$
- iii) $P = (0, -2), Q = (-4, 1)$

b) Hallar el perímetro del triángulo de vértices $P = (-2, 1), Q = (1, -3)$ y $R = (-2, -3)$.

Ejercicio 10.

- a) Dar cinco puntos del plano que están a distancia 2 del punto $P = (3, 1)$. Graficar.
- b) Hallar todos los puntos del eje x que están a distancia 5 del punto $P = (1, 3)$. Graficar.
- c) Decidir si existe algún punto del eje x a distancia 2 del punto $P = (2, -3)$. Justificar gráficamente.

Ejercicio 11.

- a) Hallar todos los puntos de la forma $P = (a, -2)$ con $a \in \mathbb{R}$ que están a distancia 5 del punto $Q = (0, 1)$.

- b) Hallar todos los puntos de la forma $P = (a, a)$ con $a \in \mathbb{R}$ que distan 13 del punto $Q = (5, -12)$.
- c) Hallar todos los puntos de la forma $P = (a, 2a - 1)$ con $a \in \mathbb{R}$ que están a distancia 5 del punto $Q = (3, 3)$.

Ejercicio 12. Dar una ecuación que caracterice a todos los puntos (x, y) del plano que equidistan de los puntos $P = (0, 0)$ y $Q = (4, 0)$. Graficarlos.