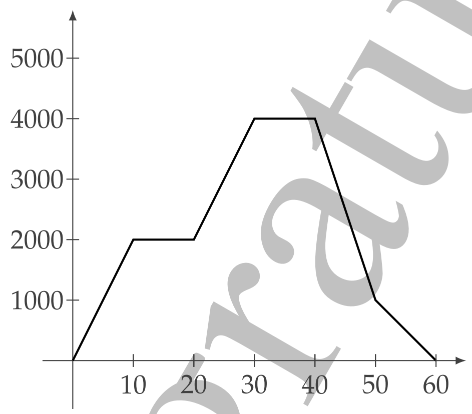
Práctica 2

Funciones: generalidades - Algunas funciones usuales

Ejercicio 1. Un avión tarda 60 minutos en llegar desde Buenos Aires hasta Bahía Blanca. El siguiente gráfico describe aproximadamente la altura en metros del avión en función del tiempo durante el viaje:



A partir del gráfico, responder:

a) ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó el avión? ¿Cuánto tiempo voló a esa altura?

b) ¿Cuánto tardó en llegar a la altura máxima?

c) ¿A qué altura se encontraba a los 30 minutos de partir?

d) ¿Cuántas veces estuvo a $3000\,\text{m}$ de altura?

e) ¿En qué momentos subió? Én qumomentos bajó?

f) Ćuántas veces voló a altura constante?

Ejercicio 2.

a) Sea $f(x) = -x^2 + 4x - 5$. Calcular $f(0)$, $f(1)$, $f(6)$ y $f(-1)$.

b) Sea $f(x) = 4x(x+1)^3$. Completar la siguiente tabla:

x	2	4	-2	-3
$f(x)$				

Ejercicio 3. En cada uno de los siguientes casos, escribir $\mathrm{Dom}\,(f)$ como intervalo o unión de intervalos y decidir si $-3 \in \mathrm{Im}\,(f)$:

a) $f(x) = \dfrac{x-4}{6+2x}$

b) $f(x) = \sqrt{x+2}$

c) $f(x) = \dfrac{-5x}{x^2-4}$

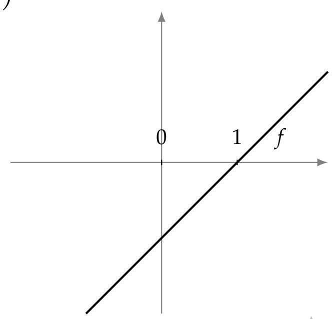
d) $f(x) = x + \dfrac{3}{x}$

e) $f(x) = \sqrt{2x-1} + \sqrt{1-x}$

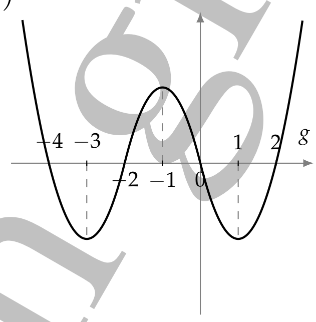
f) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x}}{x-4}$

Ejercicio 4. Determinar para cada una de las funciones graficadas su conjunto de ceros, los conjuntos de positividad y negatividad y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

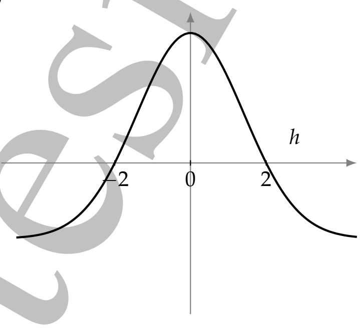
a)



b)



c)



Ejercicio 5. Graficar la función lineal f y decidir si el punto $(1,4)$ pertenece al gráfico de f en cada uno de los siguientes casos:

a) $f(x) = -2x + 6$

b) $f(x) = x + 4$

c) $f(x) = 4x$

d) $f(x) = -\dfrac{3}{2}x + 2$

e) $f(x) = 4$

Ejercicio 6.

a) En cada uno de los siguientes casos, encontrar la función lineal f que satisface simultáneamente:

i) $f(1) = 0$ y $f(2) = 5$

ii) $f(-1) = 1$ y $f(3) = -5$

iii) $f(1) = 3$ y $f(4) = 3$

b) Hallar la función lineal cuyo gráfico es la recta que pasa por los puntos P y Q, indicando en cada caso su pendiente y su ordenada al origen:

i) $P = (1,2)$ $\quad Q = (3,6)$

ii) $P = (-2,2)$ $\quad Q = (4,5)$

iii) $P = (2,-5)$ $\quad Q = (-4,5)$

c) En cada caso, hallar la ecuación de la recta de pendiente m que pasa por el punto P:

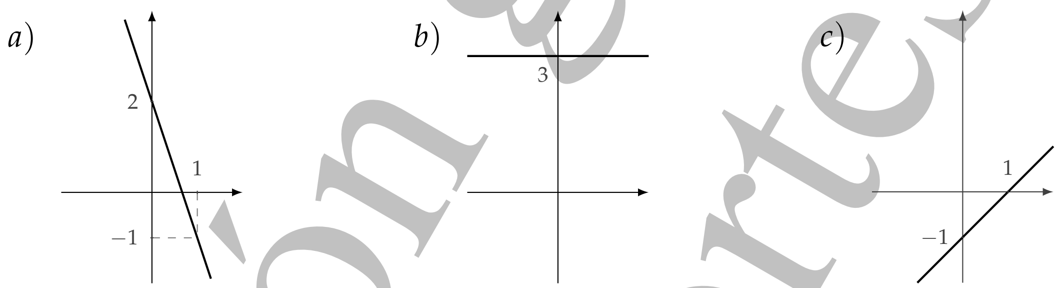
i) $P = (0,2) \quad m = 3$

ii) $P = (-1,3) \quad m = -1$

iii) $P = (2,5) \quad m = 0$

iv) $P = (2,5) \quad m = -\dfrac{3}{2}$

Ejercicio 7. En cada caso, hallar la ecuación de la recta graficada:



Ejercicio 8. Decidir, en cada caso, si existe una función lineal f de modo que los puntos P, Q y R pertenezcan simultáneamente al gráfico de f:

a) $P = (-2,5)$ $\quad Q = (0,7)$ $\quad R = (4,11)$.

b) $P = (-2,5)$ $\quad Q = (0,3)$ $\quad R = (4,0)$.

Ejercicio 9. Sea $f(x) = mx + 5$. Encontrar el valor de $m \in \mathbb{R}$ tal que $f(2) = -3$. Para el valor hallado, determinar los puntos en los que el gráfico de f corta a los ejes coordenados.

Ejercicio 10. Dada la recta que pasa por $(3,2)$ y $(4,a)$,

a) ¿para qué valor de a la pendiente vale 8?

b) ¿para qué valor de a la recta corta al eje y en el punto $(0,3)$?

c) ¿para qué valor de a la recta pasa por el punto $(2,9)$?

Ejercicio 11. Dada $f(x) = 2x - 8$, hallar sus ceros y el conjunto de positividad, el de negatividad y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f.

Ejercicio 12. Encontrar la función lineal f tal que $f(4) = 9$ y cuyo conjunto de negatividad es $(7; +\infty)$. Para la f hallada, calcular $f(10)$.

Ejercicio 13. Hallar el punto de intersección de los gráficos de f y g en cada caso:

a) $f(x) = x + 2$, $g(x) = -2x + 8$.

b) $f(x) = \dfrac{1}{2}x - 3$, $g(x) = 4$.

c) $f(x) = 2x + 1$, g es la función lineal cuyo gráfico es la recta de pendiente 4 y ordenada al origen 5.

d) $f(x) = -x - 6$, g es la función lineal cuyo gráfico es la recta que pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente 2.

Ejercicio 14. Escribir el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \leq g(x)\}$ como intervalo o unión de intervalos. En cada caso, representar gráficamente en un mismo plano f y g y el conjunto A en el eje x.

a) $f(x) = x + 10$, $g(x) = 3x + 2$.

b) $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = -4$.

c) $f(x) = -x + 1$, g la función lineal tal que $g(1) = 2$ y $g(-2) = 8$.

Ejercicio 15. La boleta mensual de luz tiene un cargo fijo de $\$25$ y $\$0{,}02$ por cada KWH consumido.

a) Dar la función lineal que dice cuánto se debe pagar (en $) en función de los KWH consumidos. Representar gráficamente.

b) Si Pedro consume en un mes 300 KWH, ¿cuánto debe pagar?

c) Si Pedro debe pagar $\$40$, ¿cuánto consumió?

Ejercicio 16. Una empresa de celulares tiene dos planes. El plan TANGO tiene un abono mensual fijo de $30 y además cobra $1 por cada minuto de llamada (sin minutos libres). El plan TONGO no tiene abono pero cobran $2 por cada minuto de llamada.

a) ¿Cuánto se debe pagar con cada plan si se realizan en el mes 20 minutos de llamadas? ¿Y si se realizan 60 minutos?

b) Dos personas, una abonada al plan TANGO y la otra al plan TONGO, pagaron $100 cada una. ¿Cuál de las dos habló más minutos?

c) ¿Cuántos minutos se deben utilizar para que ambos planes cobren lo mismo? ¿Cuándo conviene más cada plan?

Ejercicio 17. Para cada función f, hallar el vértice de su gráfico, calcular su imagen, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento y graficarla aproximadamente:

a) $f(x) = x^2 - 9$

b) $f(x) = (x+2)^2$

c) $f(x) = -x^2 - 2$

d) $f(x) = 3x^2 + 12x - 9$

e) $f(x) = 4x(x-1) + 1$

f) $f(x) = \dfrac{1}{4}x^2 - 3x - 2$

g) $f(x) = -x^2 + x$

h) $f(x) = 2x^2 + x - 3$

Ejercicio 18. Hallar en cada caso los ceros, el conjunto de positividad y el conjunto de negatividad de f:

a) $f(x) = -5(x+1)(x-2)$

b) $f(x) = 1 - (x-3)^2$

c) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

d) $f(x) = -2x^2 + 3x - 3$

e) $f(x) = 2x^2 + 8$

f) $f(x) = 3x^2 + 6x + 3$

Ejercicio 19. En cada uno de los siguientes casos, hallar la funci0́n cuadrática f que verifica lo pedido:

a) El gráfico de f tiene vértice $V = (4, 5)$ y pasa por el punto $(3, 3)$.

b) El conjunto de positividad de f es $(0; 6)$ e $\mathrm{Im}\,(f) = (-\infty; 4]$.

c) El intervalo de crecimiento de f es $(3; +\infty)$, su imagen es $[-2; +\infty)$ y $f(4) = 6$.

Ejercicio 20. Sea $f(x) = 3x^2 - 3x - 18$. Encontrar la función cuadrática g que tiene los mismos ceros que f y satisface $g(1) = 24$.

Ejercicio 21. Hallar los puntos de intersección de los gráficos de f y g en cada caso:

a) $f(x) = x^2 + 5x + 4$ y $g(x) = 3x + 7$.

b) $f(x) = -x^2 + x + 1$ y $g(x) = -2x + 4$.

c) $f(x) = 3\,(x + 1)\,(x + 7)$ y $g(x) = -15$.

d) $f(x) = 3x^2 + 5x - 7$ y $g(x) = 2x^2 + x + 14$.

e) $f(x) = 2x^2 + 5x - 7$ y $g(x) = 2x^2 - x + 5$.

f) f es la función lineal tal que $f(2) = 5$ y $f(4) = 9$ y $g(x) = x^2 + 8x + 6$.

Ejercicio 22. El precio en pesos de una torta circular de x cm de radio viene dado por $p(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 30$.

a) ¿Cuál es el precio de una torta de 10 cm de radio? ¿Y de una de 20 cm?

b) ¿Cuál es el radio de una torta si su precio es de $192?

Ejercicio 23. Un artesano confecciona cuadros rectangulares, en los que la base mide el doble que la altura. La placa de madera de fondo tiene un costo de $0,10 el centímetro cuadrado, y las varillas que adornan los bordes cuestan $2 el centímetro.

a) ¿Cuál es el costo en materiales de un cuadro cuya altura mide 10 cm?

b) ¿Cuáles son las dimensiones de un cuadro cuyo costo en materiales es de $225?

Ejercicio 24. Un constructor debe hacer una ventana rectangular. Para el marco utiliza 3,20 m de varilla metálica.

a) ¿Cuál es el área de la abertura si la construye con una base de 0,40 m? ¿Y si la base es de 0,60 m? ¿Y si es de 0,90 m?

b) ¿Cuál debe ser la base para que el área de la abertura sea de 0,55 m^2? ¿Cuántas posibilidades hay?

c) ¿Es posible hacer una ventana cuya área sea de 1,20 m^2?

Ejercicio 25.

a) Dada $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, describir por extensión el conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} / f(x) = 0\}$.

b) Sea f una función polinómica de grado 3 que corta al eje x en los puntos $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $(2, 0)$. Determinar f si se sabe que $f(3) = 16$.

c) Hallar la función polinómica f de grado 3 tal que su conjunto de ceros es $\{-1, 1, 5\}$ y $f(2) = 9$.

Ejercicio 26. En cada caso, representar gráficamente en forma aproximada cada grupo de funciones polinómicas y comparar sus gráficos:

a) $f_1(x) = x^3$ $\quad f_2(x) = (x+1)^3$ $\quad f_3(x) = x^3 - 1$ $\quad f_4(x) = -x^3$.

b) $g_1(x) = x^2$ $\quad g_2(x) = 2x^2$ $\quad g_3(x) = \frac{1}{4}x^2$ $\quad g_4(x) = 2(x-1)^2 + 1$.