PRÁCTICA 4
MATRICES

1. Escribir las matrices $A = (a_{ij})$ dadas por:

a) $A \in \mathbf{R}^{3x3}$: $a_{ii} = 1$ si $1 \leq i \leq 3$; $a_{ij} = 0$ si $i \neq j$ (matriz identidad $\mathbf{I_3}$)

b) $A \in \mathbf{R}^{3x3}$: $a_{ij} = 0$ si $i > j$; $a_{ii} = 2$ si $1 \leq i \leq 3$; $a_{ij} = j$ si $i < j$

c) $A \in \mathbf{R}^{3x3}$: $a_{ij} = j - i$ si $1 \leq i \leq 3$, $1 \leq j \leq 3$

d) $A \in \mathbf{R}^{3x3}$: $a_{ij} = i$ si $1 \leq i \leq 3$; $1 \leq j \leq 3$

e) $A \in \mathbf{R}^{3x2}$: $a_{i1} = i$ si $1 \leq i \leq 3$; $a_{i2} = 2i$ si $1 \leq i \leq 3$

f) $A \in \mathbf{R}^{4x4}$: $a_{ij}=0$ si $i \neq j$; $a_{ii} = \frac{i}{2}$ si $1 \leq i \leq 4$

g) $A \in \mathbf{R}^{3x1}$: $a_{i1} = -i$ si $1 \leq i \leq 3$

h) $A \in \mathbf{R}^{1x4}$: $a_{1j} = j^2$ si $1 \leq j \leq 4$

2. Dados los conjuntos

$S_1 = \{A \in \mathbf{R}^{3x3}: a_{ij} = a_{ji} \; 1 \leq i, j \leq 3\}$ (matrices simétricas)

$S_2 = \{A \in \mathbf{R}^{3x3}: a_{ij} = -a_{ji} \; 1 \leq i, j \leq 3\}$ (matrices antisimétricas)

$S_3 = \{A \in \mathbf{R}^{3x3}: a_{ij} = 0 \text{ si } i > j\}$ (matrices triangulares superiores)

$S_4 = \{A \in \mathbf{R}^{3x3}: a_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j\}$ (matrices diagonales)

a) Escribir 3 matrices que pertenezcan a cada uno de los conjuntos dados.

b) Decidir si cada una de estas matrices pertenece a alguno de ellos

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad\qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Dadas las matrices del ejercicio anterior, **a)** calcular

$A + B$; $2C + B$; $A + B + C$; $-3(A+D+2B)$; $C^{t} + C$; $A - A^{t}$; $\frac{1}{2}A$; $C + D$

b) encontrar una matriz $X = (x_{ij})$ tal que $X + A = D$.

4. Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -5 \\ x & y & 8 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} z & 2 & 0 \\ w & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ w+1 & 5 & 10 \end{pmatrix}$

hallar, si es posible, los valores de x, y, z, w, tales que:

a) $A + 2B = C$ **b)** $2A + B = C$

5. Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -5 & 5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -4 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

decidir si: **a)** C es combinación lineal de A y B

b) D es combinación lineal de A y B

c) A, B y C son linealmente dependientes

d) A, B y D son linealmente dependientes

6. Hallar una base del subespacio de $\mathbf{R}^{3x2}$ generado por A, B y C del ej. **5**.

7. Hallar bases de los siguientes subespacios de matrices:

a) $\{A \in \mathbf{R}^{2x2}: \ a_{11} = 0; \ a_{22} = 0\}$

b) $\{A \in \mathbf{R}^{2x2}: \ a_{11} + a_{22} = 0\}$

c) $\{A \in \mathbf{R}^{3x2}: \ a_{11} + a_{21} + a_{12} = 0; \ a_{31} + a_{32} = 0; \ a_{22} = a_{32}\}$

d) $\{A \in \mathbf{R}^{3x3}: \ a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0; \ a_{ij} = a_{ji} \ \text{ si } i \neq j\}$

8. Calcular:

a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

9. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0{,}5 & 8 \end{pmatrix}$

calcular, cuando sea posible: BA; AB; BC; CB; (AD)E; A(DE);
AE + B; EA + B; C^2 + B; EB + EC; EB – A.

10. Sean las matrices

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = (2A - B)A$. Calcular:

a) c_{32} **b)** la primera columna de BA **c)** la segunda fila de A^2

11. Si $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -10 \end{pmatrix}$,

hallar a y b en **R** tales que $AB^t = C$.

12. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & -1 \end{pmatrix}$ determinar todos los valores de a en **R** para los cuales $A^2 = 17\, I_2$.

13. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -2x \\ x & 3 \end{pmatrix}$, determinar si existe x tal que AB = BA.

14. Hallar una base para cada uno de los subespacios:

a) $W_1 = \left\{ A \in \mathbf{R}^{2x2} : \; A.\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.A \right\}$

b) $W_2 = \left\{A \in \mathbf{R}^{2x2} : \ A.\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.A \right\}$

c) $W_3 = \left\{A \in \mathbf{R}^{2x2} : \ A.\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.A \right\}$

15. Las familias Pérez, Hirsch, Ferraro y Smith colaboran con la cooperadora del hospital.

Hace dos años donaron respectivamente \$ 25000; \$ 10000; \$ 3000 y \$ 8000.

El año pasado, la donación fue de \$ 10000; \$ 3000; \$ 1000 y \$ 700 respectivamente.

Este año, cada una donó un 20% más que el año pasado.

a) Presentar los datos en una matriz $A \in R^{4x3}$.

b) Dar una matriz B tal que si se multiplican convenientemente A y B, se obtenga el total donado por cada una de las cuatro familias.

c) Dar una matriz C tal que si se multiplican convenientemente A y C, se obtenga el total donado en cada uno de los tres últimos años.

d) Multiplicar la matriz A por dos matrices convenientes de modo que el producto de las tres matrices sea el total de las donaciones recibidas por el hospital durante los 3 años, de las 4 familias.

16. En las primeras 15 fechas del campeonato de fútbol, los equipos A, B, C y D tuvieron las siguientes actuaciones: el equipo A ganó 4 partidos, empató 8 y perdió 3; el equipo B ganó 3, empató 4 y perdió 8; el equipo C ganó 4, empató 4 y perdió 7 y el equipo D ganó 7 y perdió 8.

Los equipos se asignan: 3 puntos por cada partido ganado, 1 punto por cada partido empatado y 0 punto por cada partido perdido.

Escribir la información en forma de matriz y utilizar el producto de matrices para obtener el puntaje de cada uno de los equipos.

17. a) Escribir el sistema $\begin{cases} x_1 + x_2 \quad + 2x_4 = 2 \\ 2x_1 \quad - x_3 \quad = 2 \\ \quad x_2 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases}$ en la forma A **x** = b.

b) Si $\mathbf{v_1} = (4,-4,6,1)$ y $\mathbf{v_2} = (1,1,0,0)$ son soluciones del sistema, calcular: $A(\mathbf{v_1} + \mathbf{v_2})$ y $A(\mathbf{v_1} - \mathbf{v_2})$.

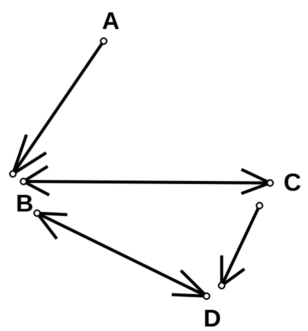
18. Para las próximas elecciones hay 3 candidatos: X, Y, Z.
En una encuesta se recogieron las siguientes opiniones:
entre las mujeres menores de 50 años, el 30% votará al candidato X, el 25% a Y y el resto a Z; entre las mayores de 50 años, el 50% votará al candidato X, el 30% a Z y el resto a Y;
entre los varones menores de 50 años, el 25% votará al candidato X, el 50% a Y y el resto a Z; entre los mayores de 50 años, el 30% votará al candidato X, el 40% a Y y el resto a Z.
Se espera que concurran a votar 18000 mujeres, 7000 de ellas menores de 50 años y 16000 varones, 9000 de ellos menores de 50 años.
Mostrar la información en matrices convenientes y utilizar el producto de matrices para estimar la cantidad de votos que obtendrá cada candidato de conservarse las tendencias observadas en la encuesta.

19. La matriz $M = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$ muestra los vuelos directos que existen entre las ciudades A, B, C, D, E.
Por ejemplo: el coeficiente $m_{12}=1$ indica un vuelo directo desde A hacia B.

a) Dibujar un diagrama de la situación uniendo con una flecha las ciudades que están conectadas por vuelos directos.

b) Calcular M^2. Comprobar que M^2 muestra los vuelos con una escala que hay entre esas cinco ciudades.

20. a) Construir la matriz M correspondiente a los vuelos sin escala para la situación siguiente:



b) Determinar, analizando el diagrama, los vuelos con una escala que hay entre las 4 ciudades. Calcular M^2.

c) Calcular M^3. ¿Qué significado tiene M^3?

21. Determinar si cada una de las siguientes matrices es inversible, en caso afirmativo calcular la inversa:

$$A=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}-2&3\\6&-9\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}1&-1\\\sqrt{5}&0\end{pmatrix} \qquad D=\begin{pmatrix}-1&-1\\2&3\end{pmatrix}$$

$$E=\begin{pmatrix}1&2&2\\-1&-2&-3\\0&1&3\end{pmatrix} \qquad F=\begin{pmatrix}1&2&2\\-1&2&0\\0&4&2\end{pmatrix} \qquad G=\begin{pmatrix}0&1&2\\2&3&-1\\2&1&-4\end{pmatrix}$$

22. Determinar en cada caso los valores de a, b, c que hacen que la matriz A sea inversible.

$$A=\begin{pmatrix}a&b\\0&c\end{pmatrix} \qquad A=\begin{pmatrix}a&b\\a&b\end{pmatrix} \qquad A=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix}$$

23. Usar los resultados del ejercicio **21** para resolver los sistemas:

a) $D\,X=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ **b)** $E\,X=\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$

24. Calcular el determinante de las siguientes matrices:

$$A=\begin{pmatrix}2&1\\3&2\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}6&\frac{2}{5}\\5&\frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}3&0&1\\4&1&0\\0&1&2\end{pmatrix} \qquad D=\begin{pmatrix}-2&1&1\\0&7&8\\4&5&6\end{pmatrix}$$

25. Calcular el determinante de las siguientes matrices desarrollando por la fila o columna más conveniente:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & -5 & 8 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 3 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

26. Si $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & k \end{pmatrix}$, determinar $k \in \mathbf{R}$ para que sea det (A) = 2.

27. Sabiendo que $\det \begin{pmatrix} a & 5 \\ b & 5 \end{pmatrix} = -4$, calcular $\det \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & a & 5 \\ 5 & b & 5 \end{pmatrix}$.

28. a) Dadas $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, calcular det (AB).

b) Dadas $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & k+1 \\ k-2 & -1 \end{pmatrix}$, hallar los valores de $k \in \mathbf{R}$ para los cuales det (AB) = 0.

29. Dadas $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, calcular det (2A+B).

30. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, determinar todos los $a \in \mathbf{R}$ para los cuales

i) det (A + B) = 3

ii) det ($A + A^t$) = –29

31. Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ x & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & 5 \end{pmatrix}$; hallar todos los $x \in \mathbf{R}$ tales que det (AB) = det (A).

32. Determinar cuáles de las siguientes matrices son inversibles

a) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ **b)** $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$ **c)** $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ **d)** $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 6 & 1 & 4 \\ 9 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ **e)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

33. Determinar los valores de $x \in \mathbf{R}$ para los cuales la matriz dada

a) no es inversible:

i) $\begin{pmatrix} 4 & 1-x \\ x & -3 \end{pmatrix}$ **ii)** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & x-1 & -1 \end{pmatrix}$ **iii)** $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ x+1 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & x-4 \end{pmatrix}$

b) es inversible

i) $\begin{pmatrix} 4 & x \\ x & 4 \end{pmatrix}$ **ii)** $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & x+2 & 3 \end{pmatrix}$ **iii)** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 2 \\ 0 & 1 & x-1 \end{pmatrix}$

34. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & k \\ 0 & k & 2 \end{pmatrix}$ determinar todos los valores de $k \in \mathbf{R}$ para los cuales AB no admite inversa.

35. Determinar en cada caso todos los valores de $k \in \mathbf{R}$ para los cuales el sistema tiene solución única.

a) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + kx_3 = -1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ -x_1 + kx_2 + kx_3 = -2 \\ 3x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ kx_1 - kx_3 = -2 \\ 3x_1 + kx_2 = k \end{cases}$

36. Determinar si existe $k \in \mathbf{R}$ para que el sistema tenga infinitas soluciones:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 = 1 \\ 3x_1 + 7x_2 + kx_3 = k + 3 \end{cases}$$

37. Determinar en cada caso los valores de $a \in \mathbf{R}$ para los cuales el sistema no tiene solución, tiene solución única, o infinitas soluciones:

a) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + (a^2 - 3)x_2 = 3 \\ x_2 + 2x_3 = 1 - a \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + a^2 x_3 = a - 1 \end{cases}$

38. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & k & 3 \\ 0 & 0 & k-1 \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2k \end{pmatrix}$, determinar para qué valores de $k \in \mathbf{R}$ el sistema $A\,\mathbf{x} = b$ tiene solución.

39. En una economía de tres rubros interdependientes I, II y III, la matriz de tecnología es $C = \begin{pmatrix} 0,8 & 0 & 0,1 \\ 0 & 0,6 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}$ y la demanda externa es (en millones de pesos) de 50 para I, 80 para II y 120 para III.

Determinar qué producción de cada rubro se necesita para satisfacer la demanda externa.

a) Plantear el sistema correspondiente al problema.

b) Escribir el sistema en la forma (**I** – C) **X** = **D**.

c) Hallar el vector de producción **X** que satisface la demanda externa **D**.

d) Hallar el vector de producción **X** si la demanda externa **D** aumenta en 10 millones de pesos por cada rubro.

40. Un chapista y un mecánico están asociados y usan sus servicios mutuamente para complementar sus trabajos.

Cada peso de trabajo que realiza el chapista tiene un costo de \$ 0,30 de su propio servicio y \$ 0,70 de los servicios del mecánico.

Cada peso de trabajo que realiza el mecánico tiene un costo de \$ 0,30 de los servicios del chapista y de \$ 0,20 de su propio servicio.

a) ¿Qué demanda externa de cada taller se satisface con una producción de \$ 1400 del chapista y \$ 1250 del mecánico?

b) Para satisfacer una demanda externa de \$ 350 el chapista y \$280 el mecánico, ¿cuánto debe producir cada taller?

41. En una economía de tres rubros interdependientes A, B y C, por cada peso que produce A, se requieren \$ 0,9 de A; por cada peso que produce B, se requieren \$ 0,8 de B y \$ 0,2 de C; por cada peso que produce C, se requieren \$ 0,1 de A y \$ 0,9 de C.
Calcular la producción necesaria para satisfacer una demanda externa de (350, 400, 120).

42. En una economía con tres rubros interdependientes A, B y C, para producir \$ 1 de A se requieren \$ 0,70 de A y \$ 0,20 de B; para producir \$ 1 de B se requieren \$ 0,40 de B y \$ 0,30 de C y para producir \$ 1 de C se requieren α pesos de A y \$ 0,80 de C.
Con una producción de \$ 5000 de A, \$ 2000 de B y γ pesos de C, se satisface una demanda externa de 4β pesos de A, β pesos de B y \$ 2200 de C.
Hallar los valores de α, β y γ.

43. Dos economías A y B tienen los dos mismos rubros interdependientes I y II.
Las matrices de tecnología de A y B son, respectivamente,

$$C_A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,1 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C_B = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,7 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$$

¿Qué demanda externa satisface B con la misma producción que A satisface una demanda externa de \$ 900 del rubro I y \$ 800 del rubro II?

44. Decidir si las siguientes matrices de tecnología corresponden, o no, a economías productivas.

i) $\begin{pmatrix} 0,2 & 0,6 \\ 0,2 & 0,9 \end{pmatrix}$ **ii)** $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 \\ 0,8 & 0,2 \end{pmatrix}$

iii) $\begin{pmatrix} 0,1 & 0,6 & 0,4 \\ 0,3 & 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}$ **iv)** $\begin{pmatrix} 0 & 0,1 & 0,2 \\ 0,6 & 0,1 & 0,2 \\ 0,4 & 0,3 & 0,2 \end{pmatrix}$

45. La economía de Costa Pobre está basada en la producción de dos productos: bananas y aceite de maní. La producción de \$ 1 de bananas requiere de \$ 0,40 de bananas y \$ 0,20 de aceite mientras que la producción de \$ 1 de aceite insume \$ 0,40 de bananas y \$ 0,80 de aceite.

a) Determinar la matriz de tecnología (C) del problema.

b) Calcular la suma de los coeficientes de cada fila de C.

c) Calcular la suma de los coeficientes de cada columna de C.

d) ¿Es productiva la economía de Costa Pobre?

e) Hallar la producción necesaria para satisfacer una demanda externa de \$ 400 de bananas y de \$ 300 de aceite.

46. Los rubros de una economía son: la agricultura, los productos manufacturados y el trabajo.
Un peso de agricultura requiere \$ 0,50 de agricultura, \$ 0,20 de productos manufacturados y \$ 1 de trabajo.
Un peso de productos manufacturados requiere \$ 0,80 de productos manufacturados y \$ 0,40 de trabajo.
Un peso de trabajo requiere \$ 0,25 de agricultura y \$ 0,10 de productos manufacturados.
¿Es productiva esta economía?

47. Una economía tiene matriz de tecnología $C = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 \\ 0,6 & 0,9 \end{pmatrix}$.

a) ¿Puede satisfacer la demanda externa $D = \begin{pmatrix} 100 \\ 50 \end{pmatrix}$?

b) ¿Es productiva esta economía?