PRÁCTICA 5

PROGRAMACIÓN LINEAL EN R^2

1. Decidir si es verdadero (V) o falso (F):

a) $x < 7 \Rightarrow -7 < -x$ **b)** $x < 0 \Rightarrow x < 2$

c) $x < 7 \Rightarrow x + 3 < 4$ **d)** $x < 2 \Rightarrow xy < 2y$

e) $a < b$ y $c > 0 \Rightarrow ac < bc$ **f)** $a < b$ y $c < 0 \Rightarrow ac > bc$

2. Representar en la recta real los x que verifican las siguientes desigualdades:

a) $x + 4 < 3x - 8$ **b)** $-3x + 2 \geq 5 - x$

c) $2x - 4 \leq x + 2 \leq -5 + 4x$ **d)** $(x + 3).(x - 4) > 0$

e) $-2x + 3 < 8$ **f)** $-4x + 2 \geq -11$

3. Representar en el plano todos los puntos (x,y) que verifican:

a) $y \geq 0$ **b)** $x \geq 5$ **c)** $x \leq 0$ **d)** $y \geq 2$ **e)** $x - y \leq 0$ **f)** $x - y \geq 9$

4. Tengo \$ 3 y quiero comprar golosinas de \$ 0,50 y de \$ 0,75.

a) Plantear las inecuaciones que restringen las posibles compras

b) Representar la región de todos los pares (x,y) que las verifican

c) Hacer una lista de todos los pares (x,y) que resuelven el problema y representarlos dentro de la región.

5. a) Representar el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas

b) Indicar cuáles son polígonos

c) Calcular las coordenadas de los puntos de esquina

i) $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x \leq 0 \end{cases}$ **ii)** $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x \leq 0 \\ y \geq -3 \end{cases}$ **iii)** $\begin{cases} 2x + y \geq 1 \\ x - y \leq 2 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} 2x+y\le 1 \\ x-y\ge 2 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$ **v)** $\begin{cases} 0\le x\le 3 \\ y\ge 0 \\ 2x+y\ge 1 \\ x+2y\le 5 \end{cases}$ **vi)** $\begin{cases} x\le 0 \\ y\ge 1 \\ -3\le x+y\le 4 \end{cases}$

6. **a)** Representar en el plano los puntos A = (1,2), B = (1,4), C = (6,4).

b) Encontrar un sistema de inecuaciones que represente la región *R* que tiene vértices A, B y C.

c) Si P = (2α, – α +5), determinar los valores de α para los cuales P∈*R*.

7. Sea la región del plano $R \begin{cases} -3x+4y\le 8 \\ 5x+2y\le 30 \\ x+3y\ge a \end{cases}$

Determinar el valor de a de modo que (0,2) sea punto de esquina de *R*.

8. Dada la función lineal z = 3x + 2y

a) graficar las curvas de nivel para z = 0, z = 3, z = –5

b) determinar, si existen, los valores máximos y mínimos de la función z en cada una de las siguientes regiones e indicar en qué puntos se alcanzan:

i) $\begin{cases} 2x+y\le 4 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$ **ii)** $\begin{cases} 2\le x\le 5 \\ 0\le y\le 3 \end{cases}$ **iii)** $\begin{cases} 2x+y\le 1 \\ x-y\le 2 \\ -2x+y\le 4 \end{cases}$

iv) $\begin{cases} 2x+y\ge 1 \\ y\le 3 \\ 5x-2y\ge 1 \end{cases}$ **v)** $\begin{cases} -x+y\ge 1 \\ x\le 1 \\ y\le 0 \end{cases}$ **vi)** $\begin{cases} 2x-3y\le 6 \\ x\ge 0 \end{cases}$

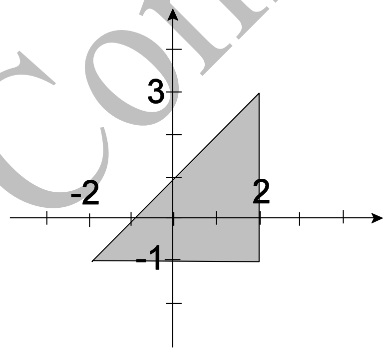
vii) $\begin{cases} 3x+2y\le 6 \\ x\ge 0 \\ x-\ y\le 2 \end{cases}$ **viii)** $\begin{cases} 6x+4y\ge -12 \\ x\le 2 \\ y\le 4 \end{cases}$ **ix)** $\begin{cases} 3x+2y\le 6 \\ 6x+4y\ge -12 \\ -4\le x\le 4 \end{cases}$

9. Una función lineal sujeta a las restricciones $\begin{cases} -x+y \leq 2 \\ x+y \leq 8 \\ 2x+y \leq 14 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$ alcanza

máximo en A = (5,1) ó en B = (2,4).

Determinar en cuál de ellos y explicar por qué.

10. Dada z = x + 2y, determinar en qué punto de la región *R* alcanza su máximo y dar ese valor.



11. Hallar el valor máximo y el valor mínimo de z = 2x–4y en la región

R $\begin{cases} -x+\ \ y \leq 4 \\ x-2y \leq 6 \\ x+\ \ y \leq 12 \\ x \geq 2 \end{cases}$ e indicar en qué puntos se alcanzan.

12. Sean *R* $\begin{cases} -x+\ \ y \leq 4 \\ 2x+5y \geq 10 \\ 4x+5y \geq 20 \\ y \leq 9 \end{cases}$ y f = 8x +10y.

Determinar, si existen, los valores máximos y mínimos de f sobre *R* e indicar en qué puntos se alcanzan.

13. Una fábrica de quesos tiene dos depósitos A y B. Transportar cada kilo de queso desde la fábrica hasta A, cuesta \$ 0,20, y hasta B, \$ 0,30.

Por conveniencia para su distribución posterior, la cantidad de queso almacenada en B es siempre mayor o igual que la almacenada en A.
La producción mensual de la fábrica está entre 4000 y 5000 kilos que deben trasladarse íntegramente a los depósitos.
Para llevar la producción a los depósitos, ¿cuál sería el mínimo y cuál el máximo gasto de la fábrica?

14. Una empresa que elabora productos alimenticios fabrica, con jugo de naranja, de pomelo y de manzana, dos tipos de mezclas que envasa en cartones de 1 litro.
El *Jugo mixto* lleva una parte de jugo de naranja, una parte de jugo de pomelo y tres partes de jugo de manzana.
El *Jugo cítrico* lleva tres partes de jugo de naranja, dos partes de jugo de pomelo y una parte de jugo de manzana.
Dispone de 510 litros de jugo de naranja, 360 litros de jugo de pomelo y 720 litros de jugo de manzana. Si vende el cartón de *Jugo mixto* a $ 3 y el de *Jugo cítrico* a $ 2,50, ¿cuántos cartones de cada clase debe producir para maximizar sus entradas?

15. Un hortelano prepara bandejas de ensalada que puede vender a un supermercado o a verdulerías. Por cada bandeja que vende al supermercado gana $ 0,90 y por cada bandeja que vende a las verdulerías, gana $ 1,10. Puede preparar a lo sumo 2400 bandejas.
La compra de verdulerías es a lo sumo de 1800 bandejas.
Además, la cantidad de bandejas que vende al supermercado, más el doble de las que vende a verdulerías debe ser por lo menos 1000.
Determinar las cantidades de bandejas que debe vender al supermercado y a verdulerías para maximizar la ganancia.

16. Un fabricante de sándwiches utiliza, para untar el pan, una mezcla de mayonesa y crema**.** Semanalmente utiliza por lo menos 10 kg de mayonesa y 20 kg de crema y, entre las dos sustancias, nunca menos de 60 kg ni más de 90 kg. La cantidad de crema que usa no puede superar la de mayonesa.

El kilo de mayonesa cuesta $ 1,20 y el de crema $ 3.

¿Cuántos kilos de mayonesa y cuántos de crema debe comprar por semana para que el costo sea mínimo?

17. Un comerciante vende dos variedades de bebida: suave y fuerte, en botellas de 1 litro. Una botella de bebida suave contiene 30% de vino y 70 % de cola y se vende a $2. Una botella de bebida fuerte contiene 50% de vino y 50 % de cola y se vende a $2,50.

Si el comerciante dispone de 60 litros de vino y 80 litros de cola, ¿cuál es la máxima cantidad de dinero que puede recaudar con la venta?

18. Un diseñador tiene dos talleres, en ambos produce tejidos artesanales y estándar. Los dos talleres trabajan 5 días por semana.

El taller 1 tiene un costo operativo de $ 30 por hora, trabaja 10 horas diarias y necesita 4 horas de trabajo para producir una prenda artesanal y 2 horas de trabajo para producir una prenda estándar.

El taller 2 tiene un costo operativo de $ 50 por hora, trabaja 8 horas diarias y necesita 5 horas de trabajo para producir una prenda artesanal y una hora de trabajo para producir una prenda estándar.

El diseñador recibe un pedido para producir, en una semana de trabajo, por lo menos 10 prendas artesanales y 29 prendas estándar.

¿Cuántas horas deberá trabajar cada taller para que el costo de producción sea mínimo?

19. Una empresa de transporte debe trasladar paquetes de los tipos A y B.

Los paquetes A pesan 20 kg y los B, 30 kg.

El total de paquetes a transportar no debe superar 300, y por lo menos un tercio de los paquetes debe ser del tipo A.

¿Cuántos paquetes de cada tipo debe transportar para que el peso total transportado sea máximo?

20. Una empresa produce tres tipos diferentes de relojes en sus dos plantas.

La planta I produce 100 relojes de dama, 60 relojes deportivos y 35 despertadores por día y su costo operativo diario es de $ 3000.

La planta II produce 50 relojes de dama, 90 relojes deportivos y 105 despertadores por día y su costo operativo diario es de $ 3300.

Si la empresa ya posee pedidos para la próxima temporada de 5000 relojes de dama, 5400 relojes deportivos y 4200 despertadores, ¿cuántos días debe operar cada planta para satisfacer los pedidos al menor costo posible?

21.a) Las 20 chicas y los 10 chicos de un curso de quinto año organizan el viaje de egresados para el que necesitan juntar dinero. Deciden pedir trabajo por las tardes en una compañía encuestadora que contrata: parejas:1 chico y 1 chica; equipos: 1 chico y 3 chicas.

¿Cómo les conviene distribuirse para reunir la mayor cantidad posible de dinero si se paga $ 30 por día a cada pareja y $ 50 por día a cada equipo?

b) ¿Y si se paga $ 10 por día a la pareja y $ 40 por día al equipo?

c) ¿Y si se paga $ 20 por día a la pareja y $ 60 por día al equipo?

d) ¿Y si se paga $ 30 por día a la pareja y $ 30 por día al equipo?

e) ¿Y si se paga $ 50 por día a la pareja y $ 40 por día al equipo?

22. Sean la región $R \begin{cases} x+3y \le 1 \\ -x+2y \le 4 \\ x \ge -3 \\ y \ge 0 \end{cases}$ y la función $z = \alpha x + 2y$.

Encontrar un valor de α tal que el máximo de z sobre *R* se alcance en el vértice (–2,1) y el mínimo en el vértice (1,0).

23. Hallar, si es posible, $\alpha \in \mathbf{R}$ tal que $z = -2x + y$ sobre la región

$$\begin{cases} 3x+2y \ge 6 \\ 5x+2y \le 10 \\ \alpha x+2y \le -2 \end{cases}$$

alcance su valor mínimo en (2,0) y su valor máximo en $\left(\frac{6}{5},2\right)$.

24. Sea *R* la región del plano definida por $\begin{cases} 3x+\ \ y \le 5 \\ x+ay \ge -3 \\ -2x+by \ge 2 \end{cases}$.

Hallar a y b para que el punto (–5,–8) sea un punto de esquina de *R*.

Para los valores hallados, calcular el máximo que alcanza $z = x + 3y$ en *R*.

25. Se sabe que en la función $f = \alpha x + \beta y$, $\alpha + \beta = 2$ y que en la región R_1, la función f alcanza su máximo en P = (4,4).

Hallar el máximo valor de f en la región R_2.

$R_1 \begin{cases} 0 \le y \le 4 \\ x+2y \le 12 \\ x \ge 0 \end{cases}$ $\qquad$ $R_2 \begin{cases} -x+y \le 2 \\ x+y \le 8 \\ 2x+y \le 14 \\ x \ge 0 \\ 0 \le y \le 4 \end{cases}$

Sugerencia: graficar las regiones R_1 y R_2.